

Repaso de lo visto en el bimestre.

## DETERMINACIÓN DE LA TASA DE RENDIMIENTO DE LA CARTERA

Puede establecerse que una cartera es una colección de valores, su rendimiento  $r_p$ , puede ser calculada de manera similar:

(1)

$$r_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0}$$

Si despejamos a  $W_1$ , quedaría así:

(2)

$$W_1 = W_0 (1 + r_p)$$

Tasa de rendimiento

$W_0$  = Precio de compra agregado en  $t = 0$  de los valores contenidos en la cartera.

$W_1$  = Valor de mercado agregado de los valores en  $t = 1$ , así como el efectivo agregado recibido entre  $t=0$  y  $t=1$  por la tenencia de los valores. De nuevo, se da por hecho que todos los flujos positivos de efectivo asociados con la cartera, tienen lugar en  $t=0$  o bien en  $t=1$ .

Con base en la ecuación (2), el inicio del período o riqueza inicial,  $W_0$ , multiplicada por  $(1 + \text{tasa de rendimiento})$  de la cartera es igual al final del período o sea la riqueza terminal,  $W_1$ .

Habíamos establecido que usted como inversionista debe decidir qué cartera comprar en  $t=0$ . Al momento en que usted tome la decisión, no conoce cuál será el valor de  $R_1$ , de la mayoría de las carteras alternativas consideradas porque no sabe cuál será el rendimiento de la mayoría de las carteras.

El inversionista debe conocer el rendimiento asociado con cualquiera de estas carteras, lo que en estadística se llama variable aleatoria; estas variables de pueden describir por sus momentos, dos de los cuales son:

- Valor o Rendimiento Esperado (o media) y
- Desviación Estándar.

Se afirma que los inversionistas deben basar sus decisiones de cartera solamente en los rendimientos esperados y en las desviaciones estándar.

Es decir, el inversionista debe estimar el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada cartera y luego escoger la mejor con base en las magnitudes relativas de estos dos parámetros.

El rendimiento esperado puede verse como una medida de la **bonificación potencial** asociada con cualquier cartera y

- La desviación estándar puede verse como una medida de **riesgo** asociado con cualquier cartera. Una vez examinados los “riesgos” y “rendimientos potenciales” de cada cartera, el inversionista puede identificar la mejor cartera.

**Caso práctico:**

Usted tiene que tomar una decisión, basado en dos tipos de carteras diferentes, “A” y “B”

La Cartera “A” tiene un rendimiento anual esperado del 8% y de la cartera “B” es del 12%. Supongamos que usted dispone de \$100,000.00 y considera un período de tenencia o posesión de los valores de 1 año. Los niveles esperados de riqueza terminal asociados con la Cartera “A”, es de 108,000.00 (100,000+8%) y de la cartera “B” de 112,000.00 (100,000+12%).

¿Cuál sería la cartera de inversión más atractiva, si las carteras “A” y “B” tienen una desviación estándar de 10% y 20%, respectivamente?

Usted supondría inicialmente que la cartera “B” es la más atractiva, ya que le da 4,000 más que la “A” sin embargo, las carteras “A” y “B” tienen una desviación estándar de 10% y 20% respectivamente, como se muestra en el siguiente cuadro, considerando que la riqueza inicial es de 100,000 y que las dos carteras tienen rendimientos distribuidos en forma normal. Las Desviaciones Estándar de “A” y “B” son del 10% y 20% respectivamente, con un rendimiento esperado del 8% y del 12% respectivamente.

Resumiendo, tanto las utilidades o rendimientos esperados, como desviaciones estándar de las carteras “A” y “B” son como sigue:

“A” tiene un rendimiento esperado del 8%
“A” tiene una desviación estándar del 10%
“B” tiene un rendimiento esperado del 12%
“B” tiene una desviación estándar del 20%

**Comparación de los niveles de riqueza terminal de “A” y “B”**

Nivel de riqueza Terminal	% de probabilidad de estar por debajo de este nivel de valor final “A”	% de probabilidad de estar por debajo de este nivel de valor final “B”
70,000	0%	2%
80,000	0%	5%
90,000	4%	14%
100,000	21%	27%
110,000	57%	46%
120,000	88%	66%
130,000	99%	82%

**Haga usted un análisis de probabilidades con la información proporcionada.**

- Observamos que existe un 2% de probabilidades de que el inversionista tenga una riqueza terminal de 70,000 o menos si compra la Cartera "B". Por otra parte no hay probabilidades de que la riqueza terminal del inversionista sea menor que 70,000 si compra la Cartera "A".
- Del mismo modo, hay 5% de probabilidades de que la cartera "B" valga menos de 80,000, mientras que no hay posibilidades de que la cartera "A" valga menos de 80,000.
- Hay 14% de probabilidades de que "B" valga menos de 90,000, mientras que hay solo 4% de que la cartera "A" valga menos de esa cantidad.
- Prosiguiendo, la cartera "B" tiene 27% de posibilidades de valer menos de 100,000, mientras que la cartera "A" tiene solo 21% de probabilidad de valer menos.

- Puesto que usted como inversionista tiene un capital inicial de 100,000, según esta última observación, hay una posibilidad mayor de tener un rendimiento negativo si se compra la cartera "B" (27%) en lugar de la cartera "A" (21%).
- En resumen, se demuestra que la cartera "A" es la menos riesgosa comparada con "B", lo que significa que en este panorama, la cartera "A" sería más atractiva.
- Sin embargo, la última decisión de comprar la cartera "A" o la "B", solo dependerá de usted, en cuanto a si tiende a aceptar más riesgo y por lo tanto, más rendimiento.

Si una cartera estuviera compuesta por el 50% de CETES con rendimiento del 18% y otra cartera estuviera compuesta por el 50% en Papel Comercial con 25%	9.00%	
¿Cuál sería el rendimiento esperado?	12.50%	
Suma	21.50%	
Dato: Desviación Estándar	10.00%	
Si una cartera estuviera compuesta por el 85% de CETES con rendimiento anual del 4% y otra cartera estuviera compuesta por el 15% en Papel Comercial con rend. anual del 10%	3.40%	75%*6%
¿Cuál sería el rendimiento esperado?	1.50%	25%*12%
con una inversión de 100,000	4.90%	Respuesta Esperada en %
Suma Σ	4,900	Respuesta Esperada en cifras absol.
Combinación de riesgo.	P. Com.	15%
Desviación Estándar		10.00%
Resultado del Riesgo combinado	(25%*35%)	1.50%
Ya que el 2% global de riesgo es bajo ya que el CETE no tiene riesgo y representa el 85%		

Usted está considerando la posibilidad de comprar ciertas acciones de capital y venderlas en 1 año. Dichas acciones tienen un valor el día de hoy de US Dlls	50	
Usted predice que cada acción pagará un dividendo que al finalizar un año de US Dlls	5	
Usted requiere de un rendimiento anual del	0.25	
Calcule usted:		
a) ¿Cuánto percibiría en dicho lapso tanto por capital como por dividendos?	55	
b) ¿Cuál sería la cantidad máxima que usted pagaría por acción considerando el valor de la propia acción, más el valor del dividendo por acción y combinando todo con el rendimiento esperado?		
Segunda parte de la solución:		
	Valor Base	55
	(1+Rendimiento) <sup>n</sup>	1.25
Valor que se le debe asignar a la inversión del día de hoy	Valor en Dlls	44

Una empresa acaba de pagar un dividendo de	50.00 Us Dlls por acción y sus dividendos
están creciendo a una tasa constante del	5.00% anual
a) ¿Cuál sería el dividendo a pagar dentro de	5 años?
b) ¿Cuál sería el incremento anual?	
Dividendo	50
(1+r) <sup>n</sup>	1.2762816 (1+7.55) <sup>4</sup>
83.50 x 1.337955=	63.814078 a) Respuesta esperada
Incremento anual	13.814078 b) Respuesta esperada

Usted está interesado en conocer del precio de una acción después de transcurridos

El dividendo que acaba de pagar es de

La tasa de crecimiento constante anual es del

El rendimiento que usted requiere es del

a) ¿Cuál será el importe del dividendo en el año

Dividendo

(1+r)<sup>n</sup>

5 años

2.30 US Dlls

5%

13%

5 años

2.30

1.2762816

2.9354

b) ¿Cuál será el valor de la acción dentro de

$(D_t x (1+g))^n / (R-g)$

(R-g)

5 años

3.08222

8%

Precio de la acción en años

5 38.52775

### Crecimiento de % NO constante

En qué % han crecido las ventas en sus primeros 6 años si dicho crecimiento se ha comportado así:

Incremento del año 1 al 2

Del año 2 al 3 creció

del año 3 al 4 creción

del año 4 al 5 creció

del año 5 | 6 creció

Dato

3.0%

3.7%

5.2%

7.1%

10.5%

### Solución

En qué % han crecido las ventas en sus primeros 6 años si dicho crecimiento se ha comportado así:

Incremento del año 1 al 2

Del año 2 al 3 creció

del año 3 al 4 creción

del año 4 al 5 creció

del año 5 | 6 creció

Cálculo

1.030

1.037

1.052

1.071

1.105

1.329791246

Dato

3.0%

3.7%

5.2%

7.1%

10.5%

Unidad

1

0.329791246

Conversión a %

100

Incremento total en %

32.97912463

¿A cuánto ascenderán sus ventas si en el primer año exportó

Con un tipo de cambio de

Incremento en ventas en pesos

997742.3721

750,300.00

11.60

11,573,811.52

11573811.52

**EMPRESA TRANSA S.A. DE C.V.**  
**ESTADO DE SITUACION FINANCIERA**  
**al 31 de Diciembre de 2012**

<b>ACTIVO</b>	Parcial	<b>2012</b>
<b>CIRCULANTE</b>		
CAJA Y BANCOS		30,000
INVERSIONES EN VALORES (5)		60,000
CLIENTES ( Nota 1 )		600,000
DEUDORES DIVERSOS		174,000
INVENTARIOS: ( Nota 2 )		324,000
MATERIA PRIMA	174,000	
PRODUCCION EN PROCESO	90,000	
ARTICULOS TERMINADOS	60,000	
Suma Activo Circulante		<u>1,188,000</u>
<b>FIJO</b>		
TERRENOS		300,000
EDIFICIO	720,000	
DEPRECIACION ACUMULADA	180,000	540,000
MAQUINARIA Y EQUIPO	540,000	
DEPRECIACION ACUMULADA	60,000	480,000
Suma Activo Fijo		<u>1,320,000</u>
Suma Total del Activo		<u><b>2,508,000</b></u>
<b>PASIVO</b>		
<b>A Corto Plazo</b>		
PROVEEDORES ( Nota 3 )		420,000
PRESTAMO BANCARIO		360,000
ACREEDORES DIVERSOS		288,000
IMPUESTOS POR PAGAR		12,000
Suma Pasivo a Corto Plazo		<u>1,080,000</u>
<b>A Largo Plazo</b>		
PRESTAMO BANCARIO		156,000
Suma Total del Pasivo		<u>1,236,000</u>
<b>CAPITAL CONTABLE</b>		
CAPITAL SOCIAL		1,050,000
RESERVA LEGAL		12,000
UTILIDADES ACUMULADAS		180,000
UTILIDAD DEL EJERCICIO		30,000
Suma Capital Contable		<u>1,272,000</u>
Suma Total Pasivo y Capital		<u><b>2,508,000</b></u>
<b>ESTADO DE RESULTADOS</b>		
VENTAS NETAS ( Nota 4 )		4,260,000
COSTO DE VENTAS		<u>2,790,000</u>
<b>UTILIDAD BRUTA</b>		<u>1,470,000</u>
GASTOS DE OPERACION		<u>1,428,000</u>
<b>UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS</b>		<u>42,000</u>
I.S.R. Y P.T.U.		<u>12,000</u>
<b>UTILIDAD NETA</b>		<u><b>30,000</b></u>

- ( 1 ) El Saldo Inicial de Clientes es de \$ 350,000 1350
- ( 2 ) El Saldo Inicial de Artículos Terminados fue de \$ 375,000, el Saldo Inicial de Materia Prima fue de \$ 435,000, Las Compras Netas a Crédito fueron por \$ 1,140,000 y el Costo de la Materia Prima Utilizada fue de \$ 1,350,000
- ( 3 ) El Saldo Inicial de Proveedores fue de \$ 50,000, incremento de \$ 20,000
- ( 4 ) Las Ventas Netas a Crédito representan el 90% de las Ventas Netas Totales y el Costo de Ventas fue por \$ 465,000
- ( 5 ) Sus inversiones en valores están invertidas a un plazo de 6 meses y están a punto de ser intervenidas al igual que sus Bancos, Inventarios y Cuentas por Cobrar,

<b>RAZONES FINANCIERAS</b>	<b>2012</b>		
<b>SOLVENCIA</b>			
Activo Circulante	1,188,000	1.10	\$
Pasivo a Corto Plazo	1,080,000		
<b>LIQUIDEZ</b>			
Activo Circulante - Inv.	864,000	0.80	\$
Pasivo a Corto Plazo	1,080,000		
<b>SOLVENCIA INMEDIATA</b>			
Activo Disponible	90,000	0.08	\$
Pasivo a Corto Plazo	1,080,000		
<b>APALANCAMIENTO</b>			
Pasivo Total	1,236,000	97%	o bien 0.97 centavos
Capital Contable	1,272,000		
<b>APALANCAMIENTO c/p</b>			
Pasivo a Corto Plazo	1,080,000	85%	o bien 0.85 centavos
Capital Contable	1,272,000		
<b>APALANCAMIENTO l/p</b>			
Pasivo a Largo Plazo	156,000	12%	
Capital Contable	1,272,000		
<b>INVERSION CAPITAL</b>			
Activo Fijo	1,320,000	104%	
Capital Contable	1,272,000		
<b>VALOR CONTABLE</b>			
Capital Contable	1,272,000	121%	
Capital Social	1,050,000		
<b>ESTUDIO DE VENTAS</b>			
Ventas Netas	4,260,000	335%	
Capital Contable	1,272,000		
<b>ESTUDIO UTILIDAD</b>			
Utilidad Neta	30,000	2%	
Capital Contable	1,272,000		
<b>MARGEN DE UTILIDAD</b>			
Utilidad Neta	30,000	0.7%	
Ventas Netas	4,260,000		
<b>ROTACION CTAS X COB</b>			
Ventas Netas	3,834,000	11.44	Veces
Prom.Ctas por Cobrar	335,000		
<b>PERIODO DE COBRO</b>			
Año Comercial	360	31	Días
Rot. De Ctas. Por Cob	11.44		
<b>ROT.INV.ARTS.TERM.</b>			
Costo de Ventas	2,790,000	41.33	Veces
Prom. Inv. Arts. Terms.	67,500		
<b>PERIODO INV.ARTS.T.</b>			
Año Comercial	360	9	Días
Rot. Inv. Arts.terms.	41.33		
<b>ROT.INV.PROD.PROC.</b>			
Costo de Producción	2,790,000	31	Veces
Prom. Inv. Prod. en Proc.	90,000		
<b>PERIODO INV.PROD.PROC</b>			
Año Comercial	360	12	Días
Rot. Inv. Prod. en Proc.	31		
<b>ROT.INV.MAT.PRIMA</b>			
Costo de Adquisición	270,000	2.07	Veces
Prom. Inv. Mat. Prima	130,500		
<b>PERIODO INV.MAT.PRIMA</b>			
Año Comercial	360	174	Días
Rot. Inv. Mat. Prima	2.07		
<b>ROTACION CTAS X PAG</b>			
Compras Netas a Crédito	228,000	0.97	Veces
Prom Ctas, por Pagar	235,000		
<b>PERIODO DE PAGO</b>			
Año Comercial	360	371	Días
Rot. De Ctas. Por Pag	0.97		

## BONOS Y SU VALUACIÓN

Un cantante de Rock David Bowie, en algún momento de su vida ganó 5 millones de dólares solo por la venta de sus discos, pero este cantante necesitó mucho más dinero de forma inmediata y se asesoró financieramente con varios expertos con alta creatividad en el campo de las finanzas, quienes le sugirieron crear un Fideicomiso, con el cual, todas las regalías que él recibiera se invertirían en dicha figura financiera. Pero lo interesante es que posteriormente se crearon **Bonos** que serían reembolsados a partir del dinero que generara la cuenta del fideicomiso. ¿Cuál fue el resultado? Que los inversionistas hicieron compras de dichos bonos por un valor de 55 millones de dólares. Para poder entender mejor este tema debemos recordar el tema del valor del dinero en el tiempo y demostrar cómo puede usarse para valorar uno de los activos financieros más comunes, que es el Bono.

Se puede decir que lo que le da la vida de este instrumento financiero depende de las **tasas de interés que se paguen**, por lo cual se darán las características de dichas tasas, ya que dan el fundamento a lo que los negocios deben pagar para estar en condiciones de **financiarse con préstamos** a través de la emisión de Bonos.

### Características de los Bonos y su precio

Cuando una entidad (empresa, gobierno, otros) desea solicitar fondos en préstamo del público en general, sobre una base de largo plazo (5 años o más), lo hace emitiendo o vendiendo valores de endeudamiento denominados Bonos.

Si queremos definir lo que es un Bono podría decirse que es un **“préstamo que se solicita con un pago de un costo integral de financiamiento y/o interés”**, lo que significa que el emisor o prestatario pagará una cierta tasa de interés periódica, pero no reembolsará el capital, sino hasta que venza el “préstamo”.

#### Caso práctico:

Suponga que usted solicita un préstamo de 1,000 dls a 30 años, a una tasa del 12% anual. De tal forma que usted pagará 120 dls de intereses anuales durante 30 años y al final de este periodo, regresará los 1,000 dls de capital inicial.

El nombre que reciben los pagos regulares de intereses se llaman **cupones** de los bonos. El **cupón** es constante y se paga cada año o cada período y se llama **bono de cupón constante**. El importe que se reembolsará al final del período recibe el nombre de **valor facial** o **nominal** o **valor a la par** del bono, que en nuestro ejemplo de bonos corporativos, son los 1,000 dls.

Finalmente, al dividir el cupón anual entre el valor nominal obtenemos la **tasa cupón** sobre el bono; que es en nuestro ejemplo del 12% (120/1000)

Al número de años que deben transcurrir hasta que se pague el valor nominal recibe el nombre de **plazo del bono al vencimiento**. Un Bono Corporativo

deberá ser a largo plazo y una vez emitido, el número de años al vencimiento disminuirá a medida que pase el tiempo.

### Valores y rendimientos de los Bonos

Conforme pasa el tiempo, se mueven las tasas de interés con cierta "volatilidad", **sin embargo en el caso de los Bonos siempre sigue siendo los mismos**. Como usted habrá intuido del valor del Bono por supuesto que fluctuará. Una vez que las **tasas interés aumenten**, el Valor Presente de los Flujos de Efectivo restantes del Bono disminuirán, es decir, el Bono valdrá financieramente menos; y cuando las **tasas de interés disminuyan**, el Bono valdrá más.

Para calcular el valor de un bono en un momento determinado en el tiempo, necesitamos conocer el número de períodos que faltan para su vencimiento, el Valor Nominal, el Cupón y la Tasa de Interés del mercado de los bonos con características similares. La Tasa de interés sobre un bono requerida en el mercado financiero recibe el nombre de **rendimiento al vencimiento** (RAV) o bien **rédito** del bono.

A partir de esta información, se puede calcular el Valor Presente del los flujos de efectivo como una estimación del valor de mercado actual del bono.

Caso práctico:

Suponga que una empresa emite un bono a 10 años al vencimiento con un cupón anual de 80 dls. Bonos similares tienen un rendimiento al vencimiento del 8%. Por tanto, el bono pagará 80 dls anuales durante los 10 años siguientes en cupones con intereses. Dentro de 10 años la empresa pagará 1,000 al poseedor del bono.

Adicionalmente tenemos los flujos de efectivo que el bono ha generado:

Años	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cupón		80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
Valor Nominal											1,000
	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80

¿En cuánto se vendería este bono?

**Primer Paso:**

Debe calcularse el valor de mercado estimando el VP tomando en consideración los cupones y la suma acumulada (valor nominal al vencimiento).

Cálculo del VP de 1,000

Tiempo = 10 años

Tasa = 8%

$$VP = \frac{1,000}{10} = 100 = 463.19 (1)$$

$$(1+0.08) \quad 2.1589$$

### Segundo Paso:

El Bono ofrece pagar 80 dlls durante 10 años; el VP de esta serie de anualidades es de:

$$\text{VP de la Anualidad} = 80 \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1.08)^{10}} \right\} \div 0.08$$

$$= 80 \times 1 - \frac{1}{2.1589} \div 0.08$$

$$= 80 \times 6.7101$$

$$\text{VP Anualidad} = \mathbf{536.81 (2)}$$

### Tercer Paso:

Se suma el Valor Presente del Valor de Mercado estimado del Bono y el Valor Presente de la anualidad del Bono

	463.19 (1)
	<u>536.81 (2)</u>
Valor Total del Bono	<b>1,000.00</b>

Este bono se vende exactamente a su Valor Nominal, lo que no es una coincidencia. La tasa de interés vigente en el mercado es de 8%. Considerado como un préstamo con intereses, ¿Qué tasa de interés tendría este bono?

Si existe un cupón de 80 dlls anuales significa que pagar 8% de intereses, si se vendiera en 1,000 dlls.

Suponga que ha transcurrido año y por lo tanto faltan 9 años para el vencimiento. Si la tasa de mercado ha aumentado del 8% al 10% ¿Cuánto valdrá ahora el Bono?

Se deberá calcular el VP con 9 años en lugar de 10 y una tasa de interés del 10% en lugar del 8%

**Primer paso:**

Se calcular el VP de los 1,000 pagados en 9 años al 10% es de:

$$VP = \frac{1,000}{(1+0.10)^9} = \frac{1,000}{2.3579} = 424.10 \text{ (1)}$$

**Segundo Paso:**

El Bono ofrece pagar 80 dls durante 10 años; el VP de esta serie de anualidades es de:

$$VP \text{ de la Anualidad} = 80 \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1.10)^9} \right\} \div 0.10$$

$$= 80 \times 1 - \left\{ \frac{1}{2.3579} \right\} \div 0.10$$

$$= 80 \times 5.7590$$

$$VP \text{ Anualidad} = 460.72 \text{ (2)}$$

**Tercer Paso:**

Se suma el Valor Presente del Valor de Mercado estimado del Bono y el Valor Presente de la anualidad el Bono

Valor Total del Bono	$\begin{array}{r} 424.10 \text{ (1)} \\ \underline{460.72 \text{ (2)}} \\ \hline 884.82 \end{array}$
----------------------	--

Por lo tanto el Bono debería de venderse aproximadamente en 885 dls. Dicho de otra manera, el Bono con su cupón del 8%, ha sido valuado de tal forma que pague el 8%, lo que se traduce en 885 dls.

Entonces ¿Por qué el bono de la empresa se vende ahora en menos de su valor nominal de 1000 dls?

Si la tasa promedio que impera en el mercado financiero fuera del 10%, si se consideraría que el préstamo que pide la empresa a una institución y concertado solo con base en puros intereses, este bono pagaría un 8%. Debido a que paga menos que la tasa actual del 10%, los inversionistas solo estarían dispuestos a prestar una cantidad inferior al reembolso prometido de 1,000. De tal forma que el Bono se vendería a una cantidad inferior a su valor nominal, lo que en el medio financiero recibe el nombre de **bono a descuento**.

La única forma de hacer que la tasa interés ascienda a 10% es disminuyendo el precio del Bono a menos de 1,000, para que el comprador, tenga una ganancia en la operación.

Si se vende el Bono en 885, será 115 (1000 – 115) menos de su valor nominal, por lo que el inversionista compraría y mantendría el bono con una ganancia de 80 dls por año, más una ganancia de 115 dls a su vencimiento.

Otra forma de entender la razón por la que al Bono se le descuentan 115 dls, es que el cupón de 80 dls es inferior en 20 dls sobre el **Bono a la Par** recientemente emitido, conforme a las condiciones actuales del mercado. El Bono valdría 1,000 si tuviera un cupón de 100 dls por año. En cierto sentido, un inversionista que compre y mantenga el bono dejará de percibir 20 dls por año durante NUEVE años. Al 10%, en esta serie de anualidades tendrá un valor de:

$$\begin{aligned} \text{VP de la Anualidad} &= \$20 \times (1 - 1/(1.10)^9) / 0.10 \\ &= \$20 \times 7.7590 \\ \text{Monto del Desc.} &= 115.18 \end{aligned}$$

¿En cuánto se vendería el Bono si las tasas de interés hubieran disminuido en un 2% en lugar de aumentar? Debería venderse en más de 1,000. Se dice que dicho Bono se vende a una **prima** y recibe el nombre de **bono con prima**. Esto es lo opuesto al Bono con **descuento**.

El bono tiene hoy tiene ahora una tasa cupón del 8% cuando la tasa de mercado es sólo de 6%. Los inversionistas estarían dispuestos a pagar una prima para obtener esta cantidad adicional del cupón.

Por tanto, la tasa de descuento ahora es del 6%, y aún faltan 9 años para el vencimiento. ¿Cuál sería su Valor Presente? El VP del valor nominal de 1,000 es de:

$$\text{VP} = 1,000 / (1.06)^9 = 1,000 / 1.6895 = 591.89 \text{ (3)}$$

¿Cuál sería el VP de la serie de cupones?

El VP de la serie de cupones será de:

$$\begin{aligned} \text{VP de la Anualidad} &= \$80 \times (1 - 1/(1.06)^9)/0.06 \\ &= \$80 \times (1 - 1/1.6898)/0.06 \\ \text{VP de la Anualidad} &= \$80 \times 6.8017 \\ &= \mathbf{544.14 (4)} \end{aligned}$$

¿Cuál sería el valor total del Bono?

Si sumamos los dos valores obtendremos el Valor Total del Bono:

	591.89 (3)
	<u>544.14 (4)</u>
Valor Total del Bono	<b>1,136.03</b>

Podemos observar que el valor total del Bono excede por aproximadamente 136 dls a su valor a la par o nominal.

Ahora observamos que el cupón muestra ahora un exceso de 20 dólares en función a las condiciones actuales del mercado. El VP de 20 dls anuales durante 9 años a una tasa del 6% será de:

$$\begin{aligned} \text{VP de la Anualidad} &= 20 \times (1 - 1/(1.06)^9)/0.06 \\ &= 20 \times 6.8017 \\ &= \mathbf{136.03} \text{ que es exactamente lo calculado} \end{aligned}$$

Después de lo estudiado, podemos asentar la fórmula general del valor de un Bono, bajo las siguientes condiciones:

1. Con un valor nominal de **VP** pagadero al vencimiento
2. Con un cupón de "**C**" a pagar cada período
3. Con "**t**" (time) que es el periodo al vencimiento
4. "**r**" (rate) Un rendimiento en % por período

$$\text{Valor del Bono} = C \times [1 - (1/(1+r))^t] / r + VN/(1+r)$$

Valor Presente de los Cupones + Valor Presente del Valor Nominal

## Cupones Semestrales

En la práctica, en la emisión de bonos en los EUA generalmente hacen pagos de cupones 2 veces al año, por lo tanto si un bono ordinario tiene una tasa de cupón del 14%, entonces el propietario obtendrá un total de 140 dls por año; pero este importe lo recibirá en dos pagos de 50%, es decir, 70 y 70.

Si usted estuviera examinando dicho Bono, y el rendimiento al vencimiento se cotizara al 16%, es decir, pagaría 8% semestral y el bono venciera en 7 años. Diga usted ¿**Cuál sería su precio?** ¿**Cuál sería su rendimiento anual efectivo?**

Sabemos que el Bono se venderá con un descuento porque tiene una tasa cupón del 7% cada 6 meses, cuando el mercado requiere del 8% en este mismo lapso. Por lo tanto, si nuestra respuesta excediera a 1,000 dls, se concluiría de antemano que habríamos cometido un error.

Para calcular el precio exacto, primero debemos determinar el VP del VN del Bono de 1,000 pagados en 7 años; este período a su vez se subdivide en 14 períodos semestrales, a una tasa del 8% por cada período, entonces, su valor se calcularía de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{VP} &= 1,000 / (1.08)^{14} \\ &= 1,000 / 2.9372 \\ &= \mathbf{340.36 (5)} \end{aligned}$$

Los cupones pueden entenderse como una anualidad de 12 periodos de 70 dls cada uno de ellos, a una tasa de descuento del 8%, por tanto, el VP de dicha anualidad sería de:

$$\begin{aligned} \text{VP de la Anualidad} &= 70 \times (1 - 1 / (1.08)^{14}) / 0.08 \\ &= 70 \times (1 - 0.3405) / 0.08 \\ &= 70 \times 8.2442 \\ &= \mathbf{577.10 (6)} \end{aligned}$$

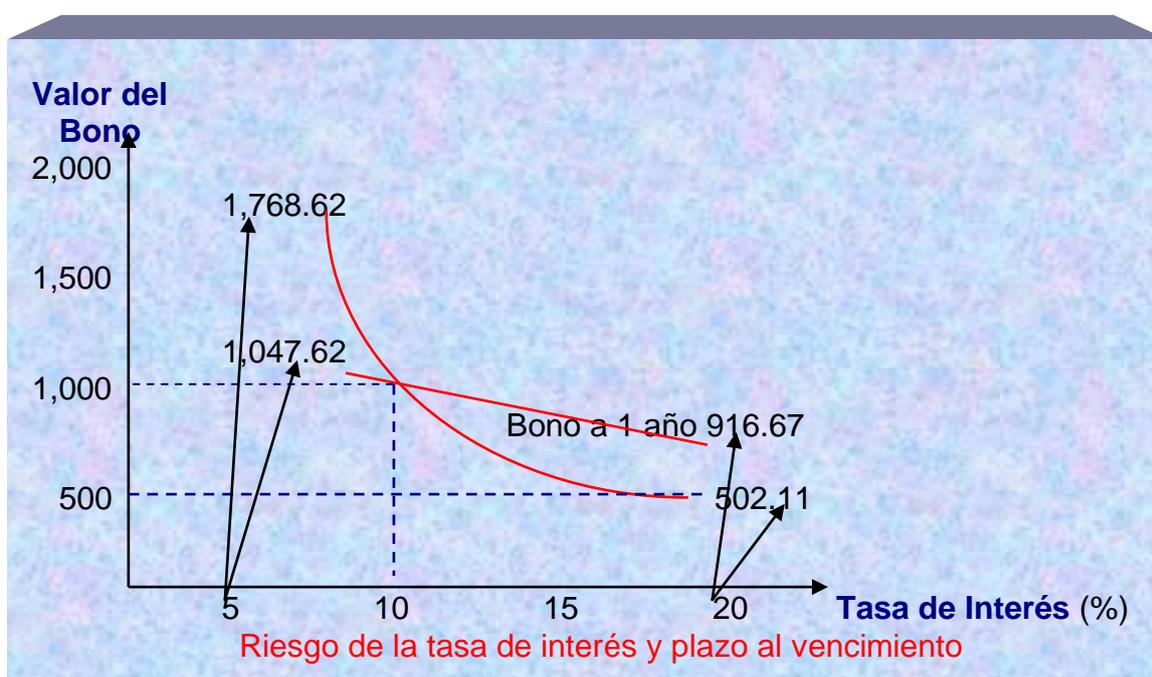
Si calculamos el VP Total nos proporciona la cantidad en la cual debería venderse el Bono.

	<b>340.36 (5)</b>
	<b>577.10 (6)</b>
<b>VP Total</b>	<b>917.56</b>

Para calcular el rendimiento efectivo anual sobre este Bono, con tasa semestral del 8% ¿**A cuanto equivale de tasa efectiva?**:

$$\text{Tasa Anual Efectiva} = (1 + 0.08)^2 - 1 = \mathbf{16.64\%} \text{ (y no el 16\% como se habría supuesto) por la capitalización}$$

Tasa de Interés	Plazo de Vencimiento	
	1 año	30 años
5	1,047.62	1,768.62
10	1,000.00	1,000.00
15	956.52	671.70
20	916.67	502.11



Como puede observarse los precios de los Bonos y las Tasas de Interés siempre se desplazan en direcciones opuestas: Cuando las tasas aumentan, el valor del Bono, al igual que cualquier VP, disminuirá de forma inversa, cuando las tasas disminuyen, los valores de los Bonos se incrementan.

Si consideramos un bono libre de riesgo, porque confirmamos que el prestatario podrá hacer todos los pagos al poseedor del bono, aun en este caso habrá un riesgo derivado de la posesión o tenencia del bono.

## RIESGO DE LA TASA DE INTERÉS

El riesgo que surge para los propietarios de un bono, derivado de las fluctuaciones de las tasas de interés, se le llama *riesgo de la tasa interés*. El grado de riesgo depende de que tan sensible sea el precio del bono a los cambios en las tasas de interés. Esta sensibilidad estaba en función de dos variables o factores:

- a) El plazo de vencimiento y
- b) La tasa de cupón.

Cuando usted analice un bono debe tener en cuenta la siguiente:

1. Mientras todo se mantenga igual, entre más prolongado sea el plazo de vencimiento, *mayor será el riesgo de la tasa de interés*.
2. Si todo se conserva tal cual, entre más baja sea la tasa del cupón, *mayor será el riesgo de la tasa interés*.

En la gráfica anterior se calculó y presentó en forma gráfica los precios bajo diferentes escenarios de tasas de interés para bonos con cupones al 10% con vencimientos de un año a treinta años.

Observe que la pendiente de la línea que conecta los precios que es mucho más inclinada para el vencimiento a treinta años de lo que lo es para el vencimiento de un año.

Este grado inclinación nos indica que un cambio relativamente pequeño en la tasa interés, conducirá a un cambio sustancial en el valor del bono largo plazo, y que, por el contrario, el precio del bono a un año es relativamente insensible a los cambios en las tasas de interés.

Intuitivamente, puede observarse que los bonos a un plazo más prolongado, tiene mayor sensibilidad a las tasas de interés porque gran parte de su valor proviene del valor nominal de 1000 dólares. El valor presente esta cantidad no se ve muy afectado por un cambio pequeño en las tasas interés, si dicha cantidad se recibe en un año. Sin embargo, a un pequeño cambio en las tasas de interés, una vez que se capitalice durante 30 años, puede tener un efecto significativo sobre el valor presente. En consecuencia, el valor presente del valor nominal de un bono a largo plazo será mucho más volátil.

También debemos saber acerca del riesgo de la tasa interés que, al igual que la mayoría de los temas relacionados con las finanzas, aumenta a una tasa decreciente. En otras palabras, si comparamos bono a 10 años con otro bono a un año, veremos que el de 10 años tienen riesgo de tasa interés mucho mayor, o un bono de 20 años en relación con otro de 30 años, encontraría que el bono a 30 años tienen un riesgo de la tasa interés mucho mayor, porque tiene vencimiento más prolongado, pero la diferencia en el riesgo sería pequeña.

La razón por la que un bono con cupones más bajos tiene mayor riesgo de tasa interés es esencialmente la misma. Como ya se dijo, el valor de un bono dependerá tanto del valor presente sus cupones como el de su valor nominal. Si dos bonos con diferentes tasas de cupón tienen el mismo vencimiento, entonces el valor del que tenga el cupón más bajo tendrá proporcionalmente mayor dependencia del valor nominal que se vaya a recibir el vencimiento. Como resultado, si todo lo demás permanece igual, su valor fluctuará más a medida que cambien las tasas de interés. En otras palabras, el bono que tenga el cupón más alto tendrá un flujo de efectivo mayor al principio de su vida y en consecuencia, su valor será menos sensible a los cambios en la tasa de descuento.

Anteriormente casi nunca se emitían bonos con vencimientos mayores de 30 años, sin embargo a partir de 1995 el corporativo de *BellSouth* emitió 500 millones de dólares en bonos a 100 años. Igual forma, Walt Disney, Coca Cola emitieron también bonos a 100 años en 1993. La explicación de estos vencimientos tan prolongados fue que las tasas de interés habían disminuido a niveles muy bajos en términos de los estándares históricos, y los emisores estaban tratando de congelar dicha tasas durante un plazo muy largo.

Analicemos el riesgo de la tasa de interés utilizando una emisión a 100 años de tres empresas.

Vencimiento	Tasa Cupón	Precio al 12/31/95	Precio al 7/31/96	Cambio Porcentual en el precio 1995-1996	Precio al 8/31/1998	Cambio Porcentual en el precio 1998-1998
2095	7.00%	1,000.00	800.00	-20.00%	1,070.00	33.75%
2033	6.75%	976.25	886.25	-9.20%	992.50	11.99%
2033	7.50%	1,040.00	960.00	-7.70%	1,052.50	9.64%

Como podemos observar en estas tres emisiones con precios al 31 de diciembre de 1995, al 31 de julio de 1996 y al 31 de agosto de 1998, en primer lugar, las tasas de interés **aparentemente aumentaron** entre el 31 de diciembre de 1995 y el 31 de julio de 1996 ¿Cuál fue la razón? Después de esa fecha disminuyeron en menor cantidad que en la que habían aumentado ¿Cuál fue la razón? El precio de los bonos a plazo más prolongado primero perdió 20% y posteriormente aumentó a 33.75% Estas variaciones son mucho más grandes que las que se observaron en las emisiones comidas más cortas, lo cual ilustra que **los bonos a un plazo más prolongado tienen un riesgo mayor de tasa interés.**

En el caso de las dos emisiones que vencen en el 2033, observe usted que la cuenta con la tasa cupón más baja tienen las ganancias y también las pérdidas más grandes, que es lo que nosotros esperaríamos.

## FORMA DE ENCONTRAR EL RENDIMIENTO AL VENCIMIENTO

Con frecuencia, conocemos el precio de un bono, la tasa de cupón y la fecha de vencimiento, pero no su rendimiento al vencimiento.

Pensemos que estamos interesados en un bono con cupón al 8% a seis años. Un broker ha cotizado el precio en 955.14 dólares ¿Cuál será el rendimiento sobre este bono?

El precio de un bono se puede establecer como la suma de su anualidad y los componentes de la suma acumulada. Al conocer que se cuenta con cupón de 80 dólares a 6 años y un valor nominal de 1000 dólares, se puede afirmar que su precio es como sigue:

$$955.14 = 80 \times \left[ \frac{1 - 1/(1+r)^6}{r} \right] + 1,000/(1+r)^6 \quad \text{donde,}$$

$r$  = tasa de descuento desconocida, o rendimiento al vencimiento.

En este caso tenemos una ecuación y una incógnita, pero no podemos encontrar el valor de " $r$ " de manera explícita. La única forma encontrar las respuestas mediante el procedimiento de ensayo y error.

El bono tiene un cupón de 80 dólares y se está vendiendo con descuento. Así, sabemos que rendimiento es mayor que 8%, por lo tanto, si escogemos una tasa de por ejemplo 10% tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Valor del Bono} &= 80 \times \left( \frac{1 - 1/1.10^6}{0.10} \right) + 1000/1.10^6 \\ &= 80 \times 4.3553 + 1000/1.7716 \\ &= 912.89 \end{aligned}$$

Entonces, a una tasa de 10%, el valor que calculamos es más bajo que precio real y por lo tanto 10% demasiado alto. Entonces, el rendimiento verdadero debe estar entre 8% y 10%. Si usted escoge 9% se dará cuenta de que éste es el rendimiento del bono al vencimiento. (En las calculadoras financieras se puede encontrar el rendimiento al vencimiento de un bono. Se digita la cifra de 80 dólares del valor del cupón, si fuera un pago PMT; 6 como el número de periodos  $n$ ; 955.14 (el precio actual), como el valor presente (VP), y 1000 dólares (el valor nominal), como valor futuro (VF). Si se trata de encontrar la tasa interés  $i$ , la respuesta deberá ser 9%).

Resumen de la valuación de los bonos:

### 1) Forma de encontrar el valor de un bono.

$$\text{Valor del Bono} = A \times \left[ \frac{1 - 1/(1+r)^t}{r} \right] + F/(1+r)^t$$

De donde:

$A$  = Cupón pagado cada período  
 $r$  = Tasa por período  
 $t$  = Número de períodos

F = Valor nominal del Bono

## 2) Forma de encontrar el rendimiento sobre un bono

Dado el valor de un bono, sus cupones, su plazo al vencimiento y su valor nominal, es posible encontrar la tasa de descuento implícita, o el rendimiento al vencimiento, mediante la aplicación del procedimiento de ensayo y error. Para poder hacer esto deben ser intentadas diferentes tasas de descuento hasta que el valor calculado del bono sea igual al valor dado, recordando que al aumentar la tasa disminuye el valor del bono.

### Rendimiento de los Bonos

Suponga que usted está contemplando dos bonos idénticos en todos sus aspectos, excepto en los que se refiere a los cupones, y desde luego a sus precios. A los dos bonos les faltan doce años para su vencimiento.

El primer bono tiene una tasa cupón de 10% y se vende en 935.08; la tasa cupón del segundo bono es del 12%.

¿En cuanto considera usted que se vendería este bono?

Como los dos bonos son muy parecidos, serán valuados de tal modo que reditúen aproximadamente la misma tasa. Primero necesitamos calcular el rendimiento sobre el bono con cupón al 10%. Intuimos que rendimiento deberá ser mayor al 10% ya que el bono se está vendiendo con descuento. Dado que el bono tiene vencimiento muy prolongado, de 12 años, esto repercute en que tiene una mayor sensibilidad ante los cambios de las tasas de interés, por lo tanto, el rendimiento se encontrará probablemente cerca del 10%. Al aplicar el procedimiento de ensayo y error se observa que en realidad es del 11%.

$$\begin{aligned}
 \text{Valor del Bono} &= 100 \times (1 - 1/1.11)^{12} / 0.11 + 1000/(1.11)^{12} \\
 &= 100 \times 6.4924 + 1000/3.4985 \\
 &= 649.24 + 285.84 \\
 &= 935.08
 \end{aligned}$$

Con un rendimiento de los 11%, el segundo bono se vendería a una prima, debido su cupón de 120 dólares. Su valor sería entonces:

$$\begin{aligned}
 \text{Valor del Bono} &= 120 \times (1 - 1/1.11)^{12} / 0.11 + 1000/(1.11)^{12} \\
 &= 120 \times 6.4924 + 1000/3.4985 \\
 &= 779.08 + 285.84 \\
 &= 1,064.92
 \end{aligned}$$

### Bonos con Cupón "0"

El bono con cupón "0" es aquel que no hace pagos de cupón y es consecuentemente, valuado con un gran descuento.

Un bono que no paga ningún tipo de cupón debe ser ofrecido a un precio más barato que su valor nominal. Tales bonos reciben el nombre de bonos cupón cero o simplemente "0".

Suponga usted que Coca Cola emite bonos con cupón cero con valor nominal de 1,000 dólares a un plazo de cinco años. El precio inicial se fija en 497 dólares. Es sencillo verificar que este precio paga el 15% al vencimiento. Los intereses totales pagados a lo largo de la vida del bono son de 503 (1000 -497)

Si calculamos el valor del bono al inicio de cada año, por ejemplo, después de un año al bono le quedarían por diferencia cuatro años para su vencimiento, por lo tanto, valdrá:

$$\text{Valor del Bono} = \frac{1000}{(1.15)^4} = 572, \text{ dentro dos años su valor será}$$

$$\text{Valor del Bono} = \frac{1000}{(1.15)^3} = 658 \text{ y así sucesivamente.}$$

El interés implícito cada año es simplemente el cambio en el valor del bono para el año como podemos ver en el siguiente cuadro:

Año	Valor Inicial	Valor Final	Gastos de Intereses	Gastos de Intereses en línea recta
1	497	572	75	100.60
2	572	658	86	100.60
3	658	756	98	100.60
4	756	870	114	100.60
5	870	1000	130	100.60
<b>Total</b>			<b>503</b>	<b>503.00</b>

Algunos bonos se consideran bonos cupón cero, sólo durante una parte de su vida como por ejemplo General Motors que tienen circulación obligaciones a largo plazo no garantizadas es una combinación de una emisión con cupón cero y otra emisión cupones normales. Estos bonos fueron emitidos el 15 de marzo de 1996 y no pagarán cupones hasta el 15 de diciembre del 2016, fecha en que empezarán a pagar cupones a una tasa de 7.75, pagaderos en forma semestral y así hasta su vencimiento en el 2036.

## Bonos de Tasa Flotante

Lo que hemos visto es que los bonos convencionales tienen obligaciones fijas en dólares ya que la tasa cupón se establece como porcentaje fijo del valor a la par. Sin embargo de forma similar, el capital se establece como igual al valor a la par. Bajo estas circunstancias, los pagos del cupón y del capital son totalmente fijos.

En los bonos a tasa flotante, los pagos de cupones se ajustan de acuerdo con un índice de la tasa de interés.

La mayoría de los bonos a tasa flotante tienen las siguientes características:

1. El tenedor tiene derecho a redimir su pagaré la par en la fecha de pago del cupón después de algún período especificado. A esto se le llama *cláusula a la venta*.
2. La tasa cupón tiene un límite máximo y un límite mínimo, lo que quiere decir que cupón se encuentra sujeto a un rango. Por lo tanto la tasa cupón está topada o techada o también se le llama sombrero. La tasa superior e inferior algunas veces se les llama *cuellos*.

Un tipo de bonos sujeto a tasa flotante, es el que se conoce como bono indexado la inflación. Tales bonos tienen cupones que se ajustan de acuerdo a la tasa inflación siendo posible que el monto del capital también pueda ajustarse a dicha inflación.

## Tasas Reales comparadas contra las Tasas Nominales

### Caso práctico:

Supongamos que la tasa inflación es del 5%. Actualmente tiene usted una inversión que tendrán valor de 115.50 dólares dentro y un año. Su valor al día de hoy es de 100 dólares. Por lo tanto su valor presente es de 100 y valor futuro de 115 dentro y un año lo cual significa que tengo un rendimiento de 15.5%. Lo criticable es que no consideramos el efecto de la inflación y por lo tanto el valor calculado es tan solo el rendimiento *nominal*, no el *real*.

Suponga usted que un artículo de consumo cuesta cinco dólares al inicio del año, con 100 dólares podrá usted comprar 20 artículos. Si la tasa inflación del 5%, dicho artículo costará 5% adicional o sean 5.25 al final del año. Si hacemos una inversión ¿**Cuántos artículos podré comprar al final del año?** O bien ¿**Cuál será la tasa de rendimiento sobre esta inversión?**

Con 115.50 provenientes de la inversión sólo serviría para comprar 22 artículos (115.50/5.25), lo cual es superior a 20 artículos y por lo tanto la tasa de rendimiento sería del 10%.

Lo anterior demuestra que aún cuando el rendimiento nominal sobre nuestra inversión es del 15.5% nuestro poder adquisitivo aumentará sólo en un 10%, debido a la inflación.

Podemos decir que con una inflación del 5% cada uno de los 115.50 nominales que obtenemos vale 5% menos en términos reales y por lo tanto el valor real de nuestra inversión en un año será de:

$$115.50/1.05=110$$

Lo que se hizo fue disminuir los 115.50 en 5%

### Efecto Fisher

Si R esta tasa nominal y r es la tasa real, el efecto Fisher nos dice que la relación entre las tasas nominales, las tasas reales y la inflación son como sigue:

$$1 + R = (1+r) \times (1+h), \text{ donde h es la tasa inflación}$$

Caso práctico:

Si la tasa nominal fue del 15.50% y la tasa de inflación del 5% ¿Cuál fue la tasa real?

$$1 + 0.1550 = (1 + r) \times (1 + 0.05)$$

$$1 + r = 1.550 / 1.05 = 1.10$$

$$r = 10\%$$

También podemos establecer la fórmula como sigue:

$$1 + R = (1+r) \times (1+h)$$

$$R = (r + h) + (r \times h)$$

De lo visto podemos deducir que la tasa nominal tiene tres componentes:

1. La tasa real sobre inversión r
2. la compensación por el decremento en el valor de dinero originalmente invertido debido a la inflación h
3. la compensación por el hecho de que el dinero ganado sobre inversión también vale menos propiciado por la misma inflación. Este componente por lo general es reducido y frecuentemente se le elimina.
4. Por lo tanto la tasa nominal es "aproximadamente" igual a la tasa real más la tasa de inflación:

$$R = r + h$$

### Caso práctico:

Si usted necesita una tasa real de rendimiento del 10%, cuando la tasa de inflación del 8%, ¿cuál sería la tasa nominal aproximada? y ¿cuál sería la tasa nominal exacta?

$$\begin{aligned}
 1 + R &= (1+r) \times (1+h) \\
 &= 1.10 \times 1.08 \\
 &= \mathbf{1.1880}
 \end{aligned}$$

Por consiguiente, la tasa nominal estará en realidad más cercana al 19%.

Las tasas financieras, y las tasas de interés, junto con las tasas de descuento y las tasas de rendimiento, siendo que casi siempre se cotizan en términos nominales.

En cualquier momento, las tasas de interés a corto y largo plazos serán distintas y la relación que existe entre las tasas de interés a corto y la plazos se conoce con el nombre de estructura a plazos de las tasas de interés, lo que nos indica cuáles son las tasas de interés nominales sobre los bonos de descuento puro, líderes de riesgo de incumplimiento, de todos los vencimientos. Estas tasas son, en esencia, tasa de interés puras porque no implican el riesgo de incumplimiento y si un solo pago futuro de una suma acumulada. En otras palabras, la estructura de los plazos de interés nos indica el valor de dinero del tiempo en forma pura para diferentes plazos.

Cuando las tasas a largo plazo son más altas que las tasas a corto plazo, podemos decir que el estructura plazos y una pendiente ascendente, y por contra, cuando las tasas a corto plazo son más altas, decimos que tienen una pendiente descendente. La estructura a plazos también puede ser encorvada y cuando esto ocurre se debe a que las tasas aumentan primero, pero después empiezan a bajar a medida que contemplamos tasas a plazos cada vez más largos. La forma más común de la estructura plazos está dada por una pendiente ascendente.

### ¿Que componentes determinan entonces la forma de la estructura a plazos?

Existen tres componentes básicos:

1. La *tasa real de interés*, que la compensación que exigen los inversionistas por dejar de utilizar su dinero, o sea el valor de dinero a

través del tiempo en forma pura después de ajustar los efectos del inflación. Los inversionistas exigen la compensación por la pérdida. Este compensación adicional recibe nombre de prima por inflación.

2. La *tasa inflación*.
3. El *riesgo de la tasa interés*. Los bonos a un plazo más lejano tienen mucho más riesgo de pérdida, debido a los cambios en las tasas de interés. Los inversionistas reconocen este riesgo y por eso exigen la prima de riesgo de la tasa interés entre más largos el plazo de vencimiento mayor será la prima de riesgo, sin embargo el riesgo de la tasa de interés aumentan a una tasa decreciente y consecuentemente sucederá lo mismo con la prima de riesgo de la tasa interés.

¿Cuál es el efecto Fisher?

¿Cuál es la diferencia entre un rendimiento nominal y valor real?

¿Cuál de dichos rendimientos es más importante para un inversionista común?

### Evaluación de lo visto:

#### Caso práctico: **Valor del Bono**

Mis creencias una empresa tiene una tasa cupón del 10% y un valor nominal de 1000 dólares. El interés se paga semestralmente y aún le faltan al bono 20 años para su vencimiento. Si los inversionistas requieren un rendimiento del 12% ¿Cuál será el valor del bono? ¿Cuál será su rendimiento anual efectivo?

#### **Solución:**

Como el bono tiene una tasa cupón del 10% y los inversionistas requieren del 12% de rendimiento sabemos que deberá venderse con descuento. Sabemos que los intereses se pagan semestralmente. Por lo que los cupones ascienden a  $100/2 = \$50$  cada seis meses. El rendimiento requerido es del  $12\%/2 = 6\%$  semestral. El bono vencerá dentro de 20 años la cualquier decir que son 40 periodos de seis meses.

El valor del bono es igual al valor presente 50 dólares semestrales a lo largo de los siguientes 40 periodos de seis meses, más el valor presente de valor nominal de 1000 dólares.

$$\begin{aligned}
 \text{Valor del Bono} &= 50 \times \frac{1 - 1/(1.06)^{40}}{0.06} + 1000/(1.06)^{40} \\
 &= 50 \times 15.04630 + 1000/10.2857 \\
 &= 849.54
 \end{aligned}$$

Note usted que se descontaron los 1000 dólares durante 40 periodos al 6% por periodo, en lugar de haberlo hecho por 20 años del 12%. La razón es que el rendimiento anual efectivo sobre el bono es del  $(1.06)^2 - 1 = 12.36\%$  y nunca del 12%. Podríamos haber utilizado 12.36% anual durante 20 años cuando

calculamos el valor presente de los 1000 dólares de valor nominal y la respuesta habría sido la misma.

### Caso práctico: **Rendimiento de los Bonos**

Cierto bono tiene un cupón del 8%, pagadero semestralmente. Su valor nominal de 1000 dólares y vencerá seis años. Si actualmente se vende en 911.37 dólares ¿**Cuál será su rendimiento de vencimiento?** y ¿**Cuál será su rendimiento anual efectivo?**

#### **Solución:**

El valor presente de los flujos efectivo del bono es su *precio actual*, es decir, 911.37 dólares; su cupón es de 40  $[(1000 \times 8\%) / 2 = 40]$  dólares semestrales durante 12 periodos; y su valor nominal es de 1000 dólares. Por lo tanto su rendimiento será la tasa descuento que se tiene con la siguiente ecuación:

$$911.37 = 40 \times \left[ \frac{1 - 1/(1+r)^{12}}{r} + 1,000/(1+r)^{12} \right]$$

El bono se vende con descuento. Al ser la tasa de cupón del 8%, el rendimiento debe ser superior a esa cantidad.

Se utilizamos el procedimiento de “**ensayo y error**”, podríamos intentar 12% anual, equivalente a 6% semestral.

$$\begin{aligned} \text{Valor del Bono} &= 40 \times \left[ \frac{1 - 1/(1.06)^{12}}{0.06} + 1,000/(1.06)^{12} \right] \\ &= 832.32 \end{aligned}$$

Podemos observar que es aquel que es inferior al valor real, lo que indica en esta tasa descuento es muy alta. Por lo tanto sabemos que el rendimiento se encuentra en algún punto entre el 8% y 12%. Con cálculos adicionales encontraremos que rendimiento resulta ser del 10% anual o su equivalente al 5% semestral.

De manera convencional el:

**Rendimiento del bono al vencimiento** se cotizaría al 10% (2x5%)

**El rendimiento efectivo** será por lo tanto  $(1.05)^2 - 1 = 10.25\%$