

EBITDA (*Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization*) = Utilidad o Beneficios antes de intereses, impuestos, depreciaciones y amortizaciones.

Es una medida de la rentabilidad operativa pura: cuánto genera el negocio con su actividad principal, sin el “ruido” de la forma en que se financia, de los impuestos o de los cargos contables por desgaste de activos.

¿Cómo se calcula?

Dos rutas habituales (dan el mismo número si los datos cuadran):

1. Desde el beneficio neto

EBITDA = Beneficio/Utilidad neta + Intereses + Impuestos + Depreciación + Amortización.

2. Desde el **EBIT**

EBITDA = **EBIT** + Depreciación + Amortización

Ejemplo: beneficio neto 2 000 000, intereses 250 000, impuestos 1 000 000, depreciación 60 000, amortización 400 000 → **EBITDA** = 3 710 000.

Para qué sirve

- **Comparar rentabilidad operativa entre empresas, incluso de distintos países o con diferentes estructuras de deuda, porque elimina intereses e impuestos.**
- **Valoración: base de múltiplos como EV/EBITDA y de análisis de cobertura de deuda (Debt-to-EBITDA).**
- **Evaluar capacidad de generar caja operativa antes de inversiones y financiación, útil para bancos e inversores.**

Limitaciones importantes

- **No es flujo de caja real: ignora cambios en capital de trabajo, inversiones en CAPEX (*Capital Expenditure o Gastos de Capital A los gastos que una empresa hace para comprar o mejorar activos fijos tales como edificios equipos tecnología que se van a utilizar a largo plazo. En México sí es importante para las empresas porque les permite invertir en su crecimiento y aumentar su productividad*) y pagos de deuda.**
- **Puede hacer ver mucho mejor a las empresas o sea maquillarlas aquellas que estén muy endeudadas o con altas necesidades de reinversión, porque excluye depreciación y amortización.**
- **Al ser medida non-GAAP (sin aplicar las reglas internacionales de contabilidad) las empresas pueden “ajustarla” y generar cifras distintas; conviene revisar la conciliación.**

En práctica

Se mira el margen EBITDA = $\text{EBITDA} / \text{ingresos} \times 100$ para ver eficiencia operativa (más del 20 % suele considerarse bueno, aunque varía por sector). Pero siempre se complementa con flujo de caja, deuda neta y CAPEX para tener la foto completa.

En resumen: EBITDA es un punto de partida útil para aislar la operación del negocio, pero nunca la única métrica para decidir.

Objetivo de la sesión: Conocer la valoración de la empresa, el valor del dinero en el tiempo, Valoración de Activos Pasivos determinando el valor en el mercado y rendimiento, el valor de las inversiones y conocer el costo del Pasivo.

VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Objetivos

- Conocer el papel del valor del tiempo en las finanzas, el uso de las herramientas de cálculo y de los patrones básicos del flujo de efectivo.
- Comprender los conceptos de los valores futuro y presente, su cálculo para cantidades únicas y la relación del valor presente con el valor futuro.
- Determinar el valor futuro y presente de una anualidad ordinaria, así como el valor presente de una perpetuidad.
- Calcular los valores futuro y presente de una serie combinada de flujos de efectivo,
- Entender el efecto que la capitalización en períodos menores a un año tiene sobre el valor futuro y la tasa de interés anual efectiva.
- Describir los procedimientos implicados del valor del tiempo en las finanzas con;
 - a) La determinación de los depósitos para acumular una suma futura.
 - b) La amortización de préstamos
 - c) El cálculo de tasas de interés o de crecimiento

d) El cálculo de un número desconocido de períodos.

Las disciplinas que se utilizarán para entender los conceptos anteriores son:

- ◆ **Finanzas y Contabilidad:** La necesidad de entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para contabilizar ciertas transacciones como lo son amortización de préstamos, pagos de arrendamiento y tasa de interés.
- ◆ **Sistemas de Información:** Entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para diseñar sistemas que optimicen los flujos de efecto de la empresa.
- ◆ **Marketing:** Para comprender el valor del dinero en el tiempo porque los fondos para los nuevos programas de ventas se deben justificar financieramente mediante técnicas del valor del dinero en el tiempo.
- ◆ **Operaciones:** Debe entenderse el valor del dinero en el tiempo porque las inversiones en Activo Fijo nuevo, en Inventarios y en cantidades de producción se verán afectadas por las técnicas del valor del dinero en el tiempo.

Evaluación y oportunidad en la toma de decisiones financieras

Puesto que vemos a la empresa como un negocio en marcha, deben *evaluarse las decisiones de los administradores financieros y el valor de la empresa bajo el enfoque de sus flujos de efectivo*. La oportunidad de poder ganar intereses sobre los fondos de la empresa, provoca que el período de ocurrencia de sus flujos de efectivo sea importante, porque *el dinero que se reciba en el futuro* nunca será igual al que se recibe hoy, por tanto, *el dinero si tiene un valor en el tiempo*, el cual afecta tanto a personas físicas como morales y entidades gubernamentales y cualquier otro organismo o entidad con o sin fines de lucro.

EL PAPEL DEL VALOR DEL TIEMPO EN LAS FINANZAS

La variación en el poder adquisitivo de la moneda a través del tiempo es ocasionada principalmente por la inflación que se tiene a nivel mundial. Inflación podríamos definirla como un período de aumento general de los precios de los bienes de consumo y de los factores productivos, elevándose los precios de la canasta básica, etc. La deflación es cuando la mayoría de los precios y costos descienden.

Por lo anterior, es necesario tomar en consideración las oportunidades que se podrían aprovechar al tener una suma de dinero en un momento dado y calcular tanto la inversión, como sus utilidades relativas a **valor presente**, es decir se deben evaluar los **flujos de efectivo futuros** (dinero que se recibirá en un futuro dado) con una **unidad de medida** (valor equivalente del dinero) **similar a la que el día que hoy** estamos viviendo, para que la comparación que hagamos de los ingresos futuros contra las inversiones actuales tenga un sentido y sobre todo sea correcta.

Con el transcurso del tiempo, el dinero va **perdiendo valor** o lo que es lo mismo, a futuro se necesitarán mas “unidades de medida” o sean **pesos o dólares** que en la actualidad, **para adquirir el mismo bien**. No se trata de que el satisfactor haya aumentado su valor, sino que el dinero, que es una unidad de medida de valor

de un bien, ha reducido su tamaño, llamado poder adquisitivo o bien llamado también poder de compra, por lo que en el futuro se necesitará mayor número de pesos o dólares para adquirir los mismos bienes y satisfacer las mismas necesidades que en el presente.

Por lo tanto los aspectos que deben ser considerados en la evaluación de los proyectos de inversión serán:

Por lo anterior, la **evaluación de los proyectos de inversión** se hace importante, ya que al ser las inversiones realizadas a largo plazo, la unidad con que serán medidos los resultados del proyecto debe ser uniforme, pues de lo contrario se estarían comparando inversiones a valor actual con ingresos netos a valor futuro, los cuales son completamente diferentes entre sí. En muchas ocasiones un proyecto puede parecer atractivo a simple vista al comprar los ingresos futuros (mucho mayor en cantidad, mas no en valor) con la inversión presente, y decir que la inversión tendrá una rentabilidad del 800% en 5 años, cuando en realidad su rentabilidad medida a valor presente, puede ser negativa y generar fuertes pérdidas para la empresa o la persona física.

Realmente, como resultado de la pérdida del valor adquisitivo de la moneda se hace indispensable evaluar los proyectos de inversión, con el objetivo de igualar el poder adquisitivo de la moneda presente (inversión) con la moneda futura (ingresos netos) y estar ciertos de que la inversión será verdaderamente redituable.

Elementos a considerar en la Evaluación de Proyectos de Inversión

ANÁLISIS DEL COSTO BENEFICIO: Desafortunadamente hay que ver de manera fría el análisis de un Proyecto de Inversión, considerando solo los costos y los beneficios del mismo son los más relevantes.

La información histórica si es útil, pero solo en la medida en que se utilice como un punto de partida y de comparación para las proyecciones de la inversión en cuestión, por tanto, el análisis se fundamentará en la comparación de los costos y los ingresos adicionales a dichos costos que genere el proyecto en estudio. Si el resultado de esta comparación, es positivo, representará la rentabilidad o utilidad monetaria del proyecto, o el llamado valor agregado, y será ésta, en muchas ocasiones, nos guste o no, la base de aceptación o rechazo de la inversión.

COSTO DE OPORTUNIDAD: Técnicamente representa el beneficio que se pudo obtener en el caso de haber tomado una decisión distinta a la tomada realmente. En otras palabras, es el beneficio que se deja de obtener en una decisión determinada, por haber seguido un curso de acción distinto. Por ejemplo: Para el dueño de un terreno, el costo de oportunidad está representado por la renta que se podría cobrar dicho arrendador al arrendatario, en caso de que él no le diera uso a dicho activo. O bien, en otra situación hipotética, sería el hecho de invertir en CETES que tendría como costo de oportunidad el interés que dejaría de percibir si hubiese invertido dicha cantidad por ejemplo en dólares.

COSTO POR INTERESES (Costo Financiero o Costo Integral de Financiamiento): La rentabilidad de un proyecto o de una inversión determinada, está compuesta por los intereses (costos financieros) y las utilidades. Los intereses representan el costo del dinero; las utilidades son el beneficio por haber corrido un riesgo al invertir.

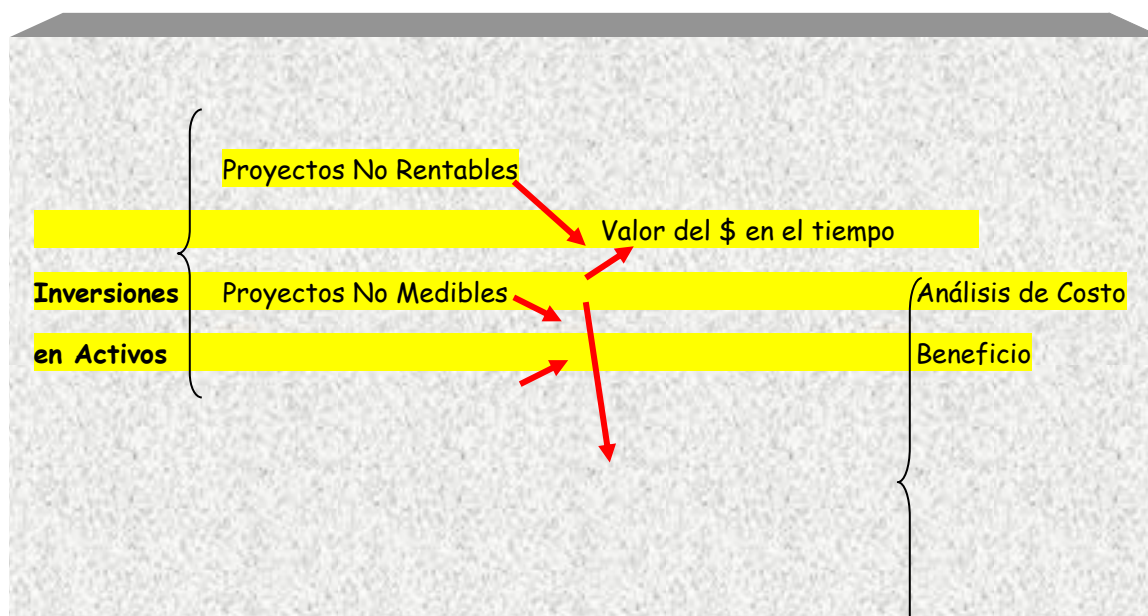
Por lo tanto, la combinación de ambos conceptos o variables (*ingresos netos del proyecto impactados por el costo financiero*) debe ser el criterio mínimo para aceptar un proyecto de inversión, medible en cuanto a la rentabilidad o utilidad que arroje. Dicho de otra manera, cuando se analice un proyecto cuya aceptación o rechazo está dado por la rentabilidad del mismo, no se podría aceptar si su rendimiento estuviese “X” puntos porcentuales abajo del costo de obtención de los fondos.

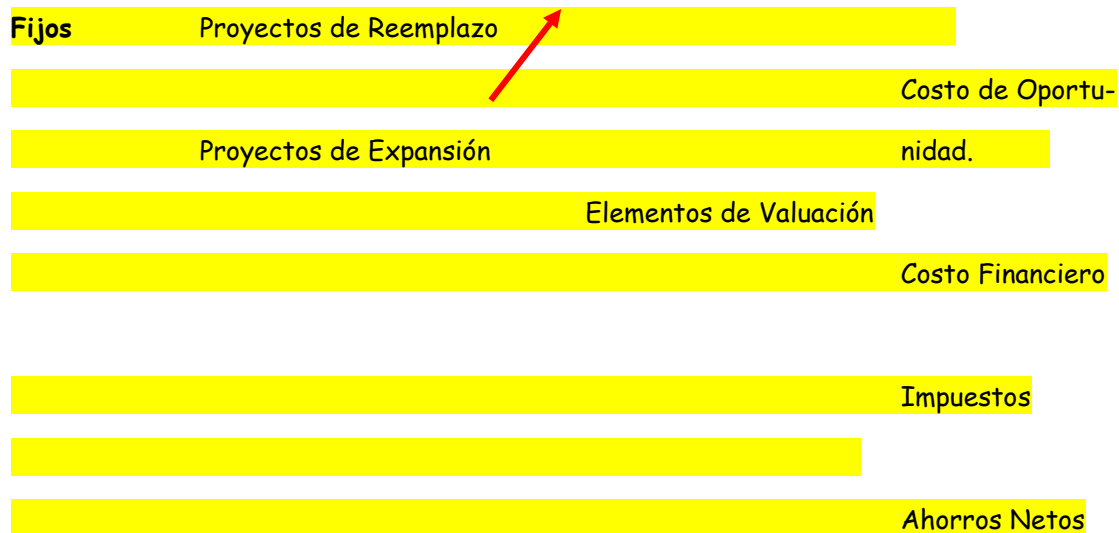
Tanto los impuestos y PTU son variables o elementos muy valiosos para la toma de decisiones en una inversión, ya que al disminuir dichos conceptos de las utilidades, afectan directamente los flujos de fondos del proyecto. Por lo tanto entre más se conozca como diferir el pago de impuestos dentro de la Ley, mayor será el flujo neto de efectivo a Valor Presente del proyecto y por tanto, mayor será la utilidad obtenida.

AHORROS NETOS DEL PROYECTO: Es la diferencia que resulta de la comparación entre los flujos de efectivo positivos (ingresos) y los negativos (egresos o gastos). Deben ser estimados los ingresos totales que pueda arrojar un proyecto, representado en unidades monetarias (flujo positivo) así como los egresos en efectivo del mismo, incluyendo por supuesto, los Impuestos (flujo negativo). La diferencia entre ambos será el ahorro neto del proyecto o flujo neto en efectivo del mismo.

El flujo positivo puede estar representado también por los ahorros que se generen en Gastos y Costos, no solamente por la generación de ingresos adicionales, cuando se evalúa un proyecto de reducción de costos en lugar de un productivo o generador de ingresos.

CLASIFICACIÓN DE LAS INVERSIONES EN ACTIVOS FIJOS





VALUACIÓN DE LOS FLUJOS FUTUROS DE EFECTIVO

Uno de los aspectos más importantes de las finanzas a considerar es:

¿Cuál es el valor presente de un flujo efectivo que se recibirá en una fecha posterior?

La respuesta a esta pregunta dependerá del valor que tendrá el dinero con el transcurso tiempo, tema que será tratado ampliamente.

“*General Motors Acceptance Corporation*” (GMAC), subsidiaria de General Motors, ofreció al público en general, algunos valores financieros para su venta en 500 dólares.

De acuerdo con ésta transacción, GMAC se comprometía a reembolsar, por cada uno de ellos 10,000 dólares el 1° de diciembre del 2012; con la condición de que el inversionista no recibiría nada sino hasta esa fecha específicamente.

Un instrumento de inversión como éste, por el cual se paga una cierta cantidad del día de hoy, a cambio de la promesa de una suma acumulada que se recibirá en una fecha futura, es prácticamente tipo más sencillo posible detectar.

¿Sería un buen negocio entregar 500 dólares a cambio de recibir 10,000 dentro de 30 años?

Si usted es optimista estaría obteniendo 20 dólares por cada dólar de aportación. Quizá le parezca bien, pero desde el punto de vista pesimista usted tendría que esperar 30 años para tener dicha cantidad. Lo que usted realmente necesita saber es cómo analizar semejante trato, considerando todas sus ventajas y desventajas siendo mi intención proporcionarles las herramientas necesarias para ello.

Uno de los problemas elementales en los que se centra un Director Financiero, es determinar el Valor Presente de una serie de flujos efectivos esperados a futuro.

Si usted quisiera ganar en la “lotería” Mex\$110 millones, entonces ¿Significa esto que su serie ganadora tenía un valor de Mex\$110 millones?

La respuesta es no, porque el premio principal sería liquidado a lo largo de 20 años, a una tasa que proporcione 5.5 millones de pesos por año, entonces ¿Cuánto valía entonces el boleto?

La respuesta dependerá del valor del dinero en el tiempo.

Puede afirmarse que la frase de **valor de dinero en el tiempo** significa que **un peso en la cartera hoy vale más que un peso prometido en algún momento futuro**. La razón de esto es que usted podría ganar intereses mientras espera; por lo tanto, un peso del día de hoy crecería algo más de un peso en una fecha posterior. La relación entre ventajas y desventajas entre el dinero obtenido diario y el que se obtendría en un futuro dependería, entre otras cosas, de la *tasa* que se podría ganar al invertir sus ahorros o excedentes de tesorería.



VALOR FUTURO

El valor futuro se refiere al monto que llegará a una inversión a lo largo del tiempo, a una tasa de interés dada.

En otras palabras, el valor futuro es el valor en efectivo de una inversión en algún momento, precisamente en el futuro.

Suponga que usted invierte 100 dólares en una cuenta de ahorros que pagará el 10% de interés anual. ¿Cuál sería el monto total al cabo de un año? La respuesta sería: 110 dólares correspondientes a su capital original de 100 dólares más y 10 de intereses. Por tanto decimos que los 110 dólares son el valor futuro de 100 dólares invertidos a un año al 10%; lo que significa que 100 dólares de hoy valdrán dentro de un año 110 dada la tasa de interés del 10%

$$M = C(1+i)^n \quad M = 100(1+0.10)^1 \quad M = 100(1.10) \quad M = 110$$

En forma recíproca ¿Cuál es el Valor Presente de un Valor Futuro de 110 con una tasa del 10% anual?

$$C = M \left[\frac{1}{1+i} \right]^n$$

$$VP = 110 \left[\frac{1}{1+0.10} \right]^1 \quad VP = 110(0.90909091) \quad VP = 100$$

En términos generales, se establece que si se invierte a un periodo dado, a una tasa de interés “*r*” (también se utiliza la literal “*i*”), la inversión crecerá a $[1+r]$ por cada dólar invertido. En este ejemplo “*r*” ó “*i*” es del 10% y la inversión crecerá a 1+10% por cada dólar invertido.

Suponga usted que necesitará 1,000 dls dentro de 2 años, si le garantizan ganar el 7% ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los 1000 cuando los necesite? ó dicho de otra manera ¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?

$VP = C = M \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$	$VP = 1000 \left[\frac{1}{(1+0.07)^2} \right]$
$= 1000 (1/1.14499)$	$= 1000 (0.873370073) = 873.37$

Es decir, necesito invertir hoy 873.44 dls para obtener dentro de dos años 1,000 a una tasa anual del 7%

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del VA, donde tasa=0.07 Número de Períodos = 2 VF=1,000 = 873.4387283

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

2

$VP = [68,500/(1.09)] = 68,500/1.1881 = 57,655.08$, por lo tanto a usted le faltan 7,655.08 dls si usted estuviera dispuesto a esperar dos años

3

$VP = [68,500/(1.09)] = [68,500/1.295029] = 52,894.81$

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

25

$1/(1.1)^{25} = 1/10.83470594 = 0.092296$ lo que dice que cada peso valdrá 9 centavos del día de hoy a una tasa de descuento del 10% o sea que la promoción le estará pagando realmente $0.0923 \times 100,000 = 9,229.59982$ que es muy diferente de 100,000

Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente para venderle seguros de vida, donde le prometen a usted regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted aún no se ha muerto.

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en 335,000 dls y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de 3 años en 400,000 dls. a un tipo de cambio de 11.50 pesos promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.

Además usted puede invertir los 335,000 en fondos de inversión al 10% con poco riesgo ¿Qué piensa de la inversión propuesta? ¿La acepta o la rechaza? Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro

3 3

$$335,000(1+i)^3 = 335,000 (1.10)^3 = 335,000 \times 1.331 = 445,885.00 \text{ dls} =$$

$$5,127,677.50 \text{ pesos}$$

3 3

$$400,000[1/(1+i)^3] = 400,000/(1.1)^3 = 400,000/1.331 = 300,525.92 \text{ dls}$$

$$= 3,456,048.08 \text{ pesos}$$

(Excel=VA(0.10,3,,400,000))

Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de 300,000 dls equivalente a 3,450,000 pesos y no 335,000 equivalente a 3,852,500 para obtener 400,000 equivalente a 4,600,000 pesos dentro de 3 años.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga 4,600,000 pesos, en lugar de 5,127,677.50 NO conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.



INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión de 100 dólares

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar intereses ni capital y deja 110 dólares en su banco, entonces ganará $110 \times 0.10 = 11$ durante el segundo año, por lo tanto, tendrá $110 + 11 = 121$

Estos 121 dólares son el valor de futuro de 100 dentro de dos años con una tasa constante del 10%

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente 110 dólares al 10% considerando que se dispondrá de 1.10 dólares por cada dólar de inversión o sean $110 \times 1.1 = 121$ en total.

Estos 121 dólares se componen de cuatro partes:

1. La primera parte es el capital original de 100 dólares;
2. La segunda parte son los 10 dólares de intereses que ganó usted en el primer año;
3. La tercera parte son los otros 10 dólares que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza 120 dólares y;
4. El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: $10 \times 0.10 = 1$

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvertiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

$(1+r)$ ó $(1+i)$ =factor de interés o valor futuro

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

100	0.1	10	110
110	0.1	11	121
121	0.1	12.1	133.1
133.1	0.1	13.31	146.41
146.41	0.1	14.641	161.051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería $100/161.051=1$

$$VP = 1 \times [1/(1+r)] = \$1/(1+r)$$

En otras palabras un valor de 100 dls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de \$161.05

En Excel =VF (0.1,5,100) = \$161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

3	7
$(1+0.12) = 561.97$	$(1+0.12) = 884.27$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400



Valor presente y procesos de descuento.

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28)

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, **¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años?** No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si $A=10,000$; $A_1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000$ porque $a+ab=a(1+b)$

$A_1=(1.05)10000$ o bien $=(1.05)A$

Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:

$$A_2 = A_1 + 0.05A_1 = (1.05)A_1 = (1.05)(1.05^a) \text{ porque } A_1 = 1.05^a$$

$$2 \qquad 2$$

$$A_2 = (1.05)^2 A \text{ ya que } a(a) = a^2$$

Al concluir el tercer año, la población será:

$$2 \qquad 2$$

$$A_3 = A_2 + 0.05A_2 \quad A_3 = (1.05)A_2 = (1.05)(1.05)^2 \text{ porque } A_2 = (1.05)^2 A$$

$$3 \qquad 3$$

$$A_3 = (1.05)^3 A = (1.157625)A \quad (1.05)^3 = 1.157625$$

Que puede escribirse como:

$$A_3 = (1 + 0.157625)A$$

$$A_3 = A + 0.157625^a A$$

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.

ANUALIDADES

Objetivo de la sesión: Conocer la valoración de la empresa, el valor del dinero en el tiempo, Valoración de Activos Pasivos determinando el valor en el mercado y rendimiento, el valor de las inversiones y conocer el costo del Pasivo.

VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Objetivos

- Conocer el papel del valor del tiempo en las finanzas, el uso de las herramientas de cálculo y de los patrones básicos del flujo de efectivo.
- Comprender los conceptos de los valores futuro y presente, su cálculo para cantidades únicas y la relación del valor presente con el valor futuro.
- Determinar el valor futuro y presente de una anualidad ordinaria, así como el valor presente de una perpetuidad.
- Calcular los valores futuro y presente de una serie combinada de flujos de efectivo,
- Entender el efecto que la capitalización en períodos menores a un año tiene sobre el valor futuro y la tasa de interés anual efectiva.
- Describir los procedimientos implicados del valor del tiempo en las finanzas con;
 - e) La determinación de los depósitos para acumular una suma futura.
 - f) La amortización de préstamos
 - g) El cálculo de tasas de interés o de crecimiento
 - h) El cálculo de un número desconocido de períodos.

Las disciplinas que se utilizarán para entender los conceptos anteriores son:

- ◆ **Finanzas y Contabilidad:** La necesidad de entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para contabilizar ciertas transacciones como lo son amortización de préstamos, pagos de arrendamiento y tasa de interés.

- ◆ **Sistemas de Información:** Entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para diseñar sistemas que optimicen los flujos de efectivo de la empresa.
- ◆ **Marketing:** Para comprender el valor del dinero en el tiempo porque los fondos para los nuevos programas de ventas se deben justificar financieramente mediante técnicas del valor del dinero en el tiempo.
- ◆ **Operaciones:** Debe entenderse el valor del dinero en el tiempo porque las inversiones en Activo Fijo nuevo, en Inventarios y en cantidades de producción se verán afectadas por las técnicas del valor del dinero en el tiempo.

Evaluación y oportunidad en la toma de decisiones financieras

Puesto que vemos a la empresa como un negocio en marcha, deben *evaluarse las decisiones de los administradores financieros y el valor de la empresa bajo el enfoque de sus flujos de efectivo*. La oportunidad de poder ganar intereses sobre los fondos de la empresa, provoca que el período de ocurrencia de sus flujos de efectivo sea importante, porque *el dinero que se reciba en el futuro* nunca será igual al que se recibe hoy, por tanto, *el dinero si tiene un valor en el tiempo*, el cual afecta tanto a personas físicas como morales y entidades gubernamentales y cualquier otro organismo o entidad con o sin fines de lucro.

EL PAPEL DEL VALOR DEL TIEMPO EN LAS FINANZAS

La variación en el poder adquisitivo de la moneda a través del tiempo es ocasionada principalmente por la inflación que se tiene a nivel mundial. Inflación podríamos definirla como un período de aumento general de los precios de los bienes de consumo y de los factores productivos, elevándose los precios de la canasta básica, etc. La deflación es cuando la mayoría de los precios y costos descienden.

Por lo anterior, es necesario tomar en consideración las oportunidades que se podrían aprovechar al tener una suma de dinero en un momento dado y calcular tanto la inversión, como sus utilidades relativas a **valor presente**, es decir se deben evaluar los **flujos de efectivo futuros** (dinero que se recibirá en un futuro dado) con una **unidad de medida** (valor equivalente del dinero) **similar a la que el día que hoy** estamos viviendo, para que la comparación que hagamos de los ingresos futuros contra las inversiones actuales tenga un sentido y sobre todo sea correcta.

Con el transcurso del tiempo, el dinero va **perdiendo valor** o lo que es lo mismo, a futuro se necesitarán mas “unidades de medida” o sean **pesos o dólares** que en la actualidad, **para adquirir el mismo bien**. No se trata de que el satisfactor haya aumentado su valor, sino que el dinero, que es una unidad de medida de valor de un bien, ha reducido su tamaño, llamado poder adquisitivo o bien llamado también poder de compra, por lo que en el futuro se necesitará mayor número de pesos o dólares para adquirir los mismos bienes y satisfacer las mismas necesidades que en el presente.

Por lo tanto los aspectos que deben ser considerados en la evaluación de los proyectos de inversión serán:

Por lo anterior, la **evaluación de los proyectos de inversión** se hace importante, ya que al ser las inversiones realizadas a largo plazo, la unidad con que serán medidos los resultados del proyecto debe ser uniforme, pues de lo contrario se estarían comparando inversiones a valor actual con ingresos netos a valor futuro, los cuales son completamente diferentes entre sí. En muchas ocasiones un proyecto puede parecer atractivo a simple vista al comprar los ingresos futuros (mucho mayor en cantidad, mas no en valor) con la inversión presente, y decir que la inversión tendrá una rentabilidad del 800% en 5 años, cuando en realidad su rentabilidad medida a valor presente, puede ser negativa y generar fuertes pérdidas para la empresa o la persona física.

Realmente, como resultado de la pérdida del valor adquisitivo de la moneda se hace indispensable evaluar los proyectos de inversión, con el objetivo de igualar el poder adquisitivo de la moneda presente (inversión) con la moneda futura (ingresos netos) y estar ciertos de que la inversión será verdaderamente redituable.

Elementos a considerar en la Evaluación de Proyectos de Inversión

ANÁLISIS DEL COSTO BENEFICIO: Desafortunadamente hay que ver de manera fría el análisis de un Proyecto de Inversión, considerando solo los costos y los beneficios del mismo son los más relevantes.

La información histórica si es útil, pero solo en la medida en que se utilice como un punto de partida y de comparación para las proyecciones de la inversión en cuestión, por tanto, el análisis se fundamentará en la comparación de los costos y los ingresos adicionales a dichos costos que genere el proyecto en estudio. Si el resultado de esta comparación, es positivo, representará la rentabilidad o utilidad monetaria del proyecto, o el llamado valor agregado, y será ésta, en muchas ocasiones, nos guste o no, la base de aceptación o rechazo de la inversión.

COSTO DE OPORTUNIDAD: Técnicamente representa el beneficio que se pudo obtener en el caso de haber tomado una decisión distinta a la tomada realmente. En

otras palabras, es el beneficio que se deja de obtener en una decisión determinada, por haber seguido un curso de acción distinto. Por ejemplo: Para el dueño de un terreno, el costo de oportunidad está representado por la renta que se podría cobrar dicho arrendador al arrendatario, en caso de que él no le diera uso a dicho activo. O bien, en otra situación hipotética, sería el hecho de invertir en CETES que tendría como costo de oportunidad el interés que dejaría de percibir si hubiese invertido dicha cantidad por ejemplo en dólares.

COSTO POR INTERESES (Costo Financiero o Costo Integral de Financiamiento):

La rentabilidad de un proyecto o de una inversión determinada, está compuesta por los intereses (costos financieros) y las utilidades. Los intereses representan el costo del dinero; las utilidades son el beneficio por haber corrido un riesgo al invertir.

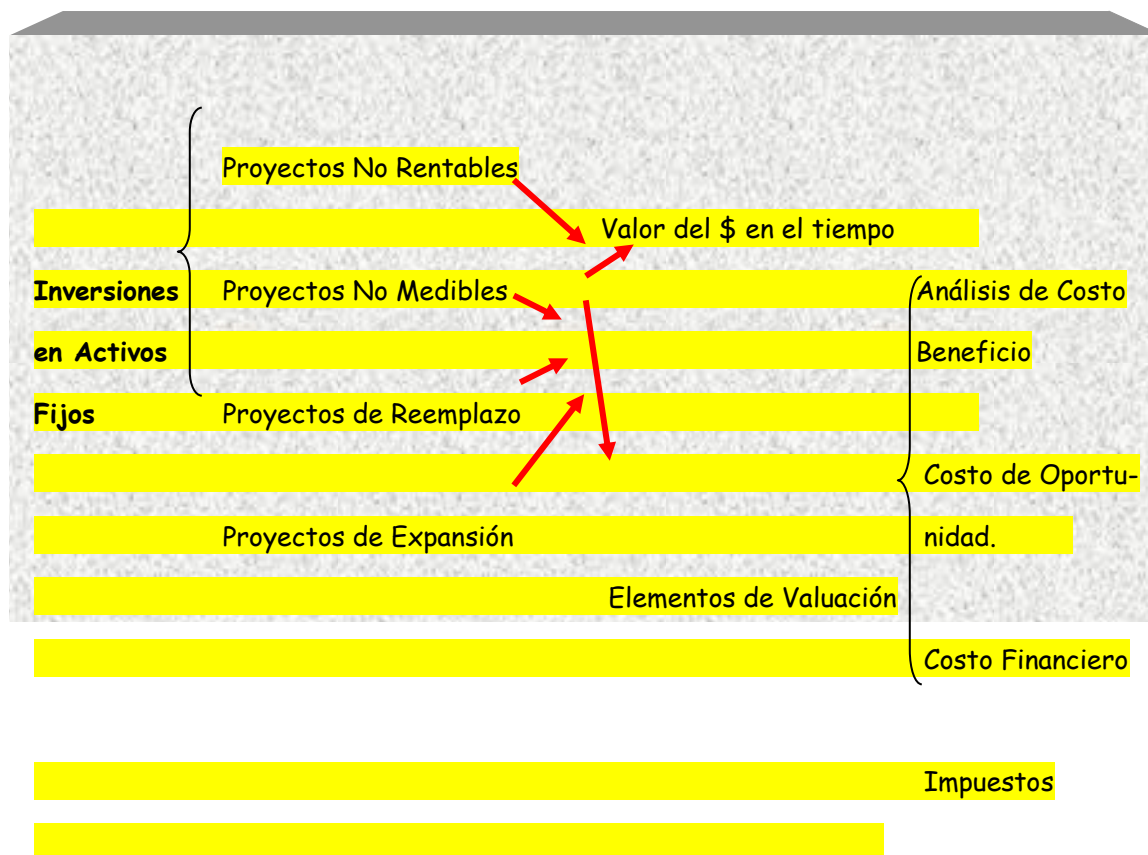
Por lo tanto, la combinación de ambos conceptos o variables (*ingresos* netos del proyecto impactados por el *costo financiero*) debe ser el criterio mínimo para aceptar un proyecto de inversión, medible en cuanto a la rentabilidad o utilidad que arroje. Dicho de otra manera, cuando se analice un proyecto cuya aceptación o rechazo está dado por la rentabilidad del mismo, no se podría aceptar si su rendimiento estuviese “X” puntos porcentuales abajo del costo de obtención de los fondos.

Tanto los impuestos y PTU son variables o elementos muy valiosos para la toma de decisiones en una inversión, ya que al disminuir dichos conceptos de las utilidades, afectan directamente los flujos de fondos del proyecto. Por lo tanto entre más se conozca como diferir el pago de impuestos dentro de la Ley, mayor será el flujo neto de efectivo a Valor Presente del proyecto y por tanto, mayor será la utilidad obtenida.

AHORROS NETOS DEL PROYECTO: Es la diferencia que resulta de la comparación entre los flujos de efectivo positivos (ingresos) y los negativos (egresos o gastos). Deben ser estimados los ingresos totales que pueda arrojar un proyecto, representado en unidades monetarias (flujo positivo) así como los egresos en efectivo del mismo, incluyendo por supuesto, los impuestos (flujo negativo). La diferencia entre ambos será el ahorro neto del proyecto o flujo neto en efectivo del mismo.

El flujo positivo puede estar representado también por los ahorros que se generen en Gastos y Costos, no solamente por la generación de ingresos adicionales, cuando se evalúa un proyecto de reducción de costos en lugar de un productivo o generador de ingresos.

CLASIFICACIÓN DE LAS INVERSIONES EN ACTIVOS FIJOS



VALUACIÓN DE LOS FLUJOS FUTUROS DE EFECTIVO

Uno de los aspectos más importantes de las finanzas a considerar es:

¿Cuál es el valor presente de un flujo efectivo que se recibirá en una fecha posterior?

La respuesta a esta pregunta dependerá del valor que tendrá el dinero con el transcurso del tiempo, tema que será tratado ampliamente.

“*General Motors Acceptance Corporation*” (GMAC), subsidiaria de General Motors, ofreció al público en general, algunos valores financieros para su venta en 500 dólares.

De acuerdo con esta transacción, GMAC se comprometía a reembolsar, por cada uno de ellos 10,000 dólares el 1° de diciembre del 2012; con la condición de que el inversionista no recibiría nada sino hasta esa fecha específicamente.

Un instrumento de inversión como éste, por el cual se paga una cierta cantidad del día de hoy, a cambio de la promesa de una suma acumulada que se recibirá en una fecha futura, es prácticamente el tipo más sencillo posible de detectar.

¿Sería un buen negocio entregar 500 dólares a cambio de recibir 10,000 dentro de 30 años?

Si usted es optimista estaría obteniendo 20 dólares por cada dólar de aportación. Quizá le parezca bien, pero desde el punto de vista pesimista usted tendría que esperar 30 años para tener dicha cantidad. Lo que usted realmente necesita saber es cómo analizar semejante trato, considerando todas sus ventajas y desventajas siendo mi intención proporcionarles las herramientas necesarias para ello.

Uno de los problemas elementales en los que se centra un Director Financiero, es determinar el Valor Presente de una serie de flujos efectivos esperados a futuro.

Si usted quisiera ganar en la “lotería” Mex\$110 millones, entonces ¿Significa ésto que su serie ganadora tenía un valor de Mex\$110 millones?

La respuesta es no, porque el premio principal sería liquidado a lo largo de 20 años, a una tasa que proporcione 5.5 millones de pesos por año, entonces ¿Cuánto valía entonces el boleto?

La respuesta dependerá del valor del dinero en el tiempo.

Puede afirmarse que la frase de **valor de dinero en el tiempo** significa que **un peso en la cartera hoy vale más que un peso prometido en algún momento futuro**. La razón de ésto es que usted podría ganar intereses mientras espera; por lo tanto, un peso del día de hoy crecería algo más de un peso en una fecha posterior. La relación entre ventajas y desventajas entre el dinero obtenido diario y el que se obtendría en un futuro dependería, entre otras cosas, de la *tasa* que se podría ganar al invertir sus ahorros o excedentes de tesorería.



El valor futuro se refiere al monto que llegará a una inversión a lo largo del tiempo, a una tasa de interés dada.

En otras palabras, el valor futuro es el valor en efectivo de una inversión en algún momento, precisamente en el futuro.

Suponga que usted invierte 100 dólares en una cuenta de ahorros que pagará el 10% de interés anual. ¿Cuál sería el monto total al cabo de un año? La respuesta

sería: 110 dólares correspondientes a su capital original de 100 dólares más y 10 de intereses. Por tanto decimos que los 110 dólares son el valor futuro de 100 dólares invertidos a un año al 10%; lo que significa que 100 dólares de hoy valdrán dentro de un año 110 dada la tasa de interés del 10%

$$M = C(1+i) \quad M = 100(1+0.10) \quad M = 100(1.10) \quad M = 110$$

En forma recíproca ¿Cuál es el Valor Presente de un Valor Futuro de 110 con una tasa del 10% anual?

$$C = M \left[\frac{1}{1+i} \right]$$

$$VP = 110 \left[\frac{1}{1+0.10} \right] \quad VP = 110(0.90909091) \quad VP = 100$$

En términos generales, se establece que si se invierte a un periodo dado, a una tasa de interés “r” (también se utiliza la literal “i”), la inversión crecerá a $[1+r]$ por cada dólar invertido. En este ejemplo “r” ó “i” es del 10% y la inversión crecerá a $1+10\%$ por cada dólar invertido.

Suponga usted que necesitará 1,000 dls dentro de 2 años, si le garantizan ganar el 7% ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los 1000 cuando los necesite? ó dicho de otra manera ¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?

$$VP = C \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad VP = 1000 \left[\frac{1}{(1+0.07)^2} \right]$$

$$= 1000 \left(\frac{1}{1.1449} \right) = 1000 (0.873370073) = 873.37$$

Es decir, necesito invertir hoy 873.44 dls para obtener dentro de dos años 1,000 a una tasa anual del 7%

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del VA, donde tasa=0.07 Número de Periodos = 2 VF=1,000 = 873.4387283

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

2

$VP = [68,500/(1.09)] = 68,500/1.1881 = 57,655.08$, por lo tanto a usted le faltan 7,655.08 dls si usted estuviera dispuesto a esperar dos años

3

$VP=[68,500/(1.09)] = [68,500/1.295029] = 52,894.81$

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

25

$1/(1.1) = 1/10.83470594 = 0.092296$ lo que dice que cada peso valdrá 9 centavos del día de hoy a una tasa de descuento del 10% o sea que la promoción le estará pagando realmente $0.0923 \times 100,000 = 9,229.59982$ que es muy diferente de 100,000

Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente para venderle seguros de vida, donde le prometen a usted regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted aún no se ha muerto.

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en 335,000 dls y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de 3 años en 400,000 dls. a un tipo de cambio de 11.50 pesos promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.

Además usted puede invertir los 335,000 en fondos de inversión al 10% con poco riesgo ¿Qué piensa de la inversión propuesta? ¿La acepta o la rechaza? Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro

3

3

$$335,000(1+i)^3 = 335,000 (1.10)^3 = 335,000 \times 1.331 = 445,885.00 \text{ dls} = 5,127,677.50 \text{ pesos}$$

3

3

$$400,000[1/(1+i)^3] = 400,000/(1.1)^3 = 400,000/1.331 = 300,525.92 \text{ dls} = 3,456,048.08 \text{ pesos}$$

(Excel=VA(0.10,3,,400,000))

Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de 300,000 dls equivalente a 3,450,000 pesos y no 335,000 equivalente a 3,852,500 para obtener 400,000 equivalente a 4,600,000 pesos dentro de 3 años.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga 4,600,000 pesos, en lugar de 5,127,677.50 NO conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.

INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión de 100 dólares

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar intereses ni capital y deja 110 dólares en su banco, entonces ganará $110 \times 0.10 = 11$ durante el segundo año, por lo tanto, tendrá $110 + 11 = 121$

Estos 121 dólares son el valor de futuro de 100 dentro de dos años con una tasa constante del 10%

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente 110 dólares al 10% considerando que se dispondrá de 1.10 dólares por cada dólar de inversión o sean $110 \times 1.1 = 121$ en total.

Estos 121 dólares se componen de cuatro partes:

5. La primera parte es el capital original de 100 dólares;
6. La segunda parte son los 10 dólares de intereses que ganó usted en el primer año;
7. La tercera parte son los otros 10 dólares que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza 120 dólares y;
8. El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: $10 \times 0.10 = 1$

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvertiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

t n

$(1+r)$ ó $(1+i)$ =factor de interés o valor futuro

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

100	0.1	10	110
110	0.1	11	121
121	0.1	12.1	133.1
133.1	0.1	13.31	146.41
146.41	0.1	14.641	161.051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería $100/161.051=1$

$$VP = 1 \times [1/(1+r)] = \$1/(1+r)$$

En otras palabras un valor de 100 dls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de \$161.05

En Excel =VF (0.1,5,100) = \$161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

3	7
$(1+0.12) = 561.97$	$(1+0.12) = 884.27$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400

Valor presente y procesos de descuento.

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28)

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, **¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años?** No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si $A=10,000$; $A_1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000$ porque $a+ab=a(1+b)$

$A_1=(1.05)10000$ o bien $= (1.05)A$

Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:

$A_2= A_1+0.05A_1 = (1.05)A_1 = (1.05)(1.05^a)$ porque $A_1=1.05^a$

2

2

$A_2=(1.05)^2 A$ ya que $a(a)=a^2$

Al concluir el tercer año, la población será:

2

2

$$A_3 = A_2 + 0.05A_2 \quad A_3 = (1.05)A_2 = (1.05)(1.05) \text{ porque } A_2 = (1.05) A$$

3

3

$$A_3 = (1.05)^3 A = (1.157625)A \quad (1.05)^3 = 1.157625$$

Que puede escribirse como:

$$A_3 = (1 + 0.157625)A$$

$$A_3 = A + 0.157625^a A$$

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.

ANUALIDADES

Una anualidad es una serie de pagos iguales hechos a intervalos regulares (mensual, anual, etc.).

En finanzas sirve para préstamos, pensiones, ahorros... Todo se reduce a dos cálculos clave: valor presente (VP) —cuánto valen hoy esos pagos futuros— y valor futuro (VF) —cuánto se acumula al final—.

Elementos básicos

- **PMT**: pago periódico (renta)
- **i**: tasa de interés por período
- **n**: número de períodos

1. **Anualidad ordinaria (vencida)** – pagos al final de cada período

- **Valor presente**

Ejemplo: \$1 000 al mes, 5 % anual (0.05/12 mensual), 10 años (120 meses) → VP ≈ \$7 721.73.

2. **Anualidad anticipada** – pagos al inicio de cada período

Se ajusta multiplicando por $(1+i)$ porque cada pago gana un período extra de interés:

- **VP anticipada** = VP ordinaria $\times (1+i)$
- **VF anticipada** = VF ordinaria $\times (1+i)$ [4IOJ]

Usos

- **Préstamos/hipotecas:** usamos VP para saber cuánto puedes pedir prestado dado el pago mensual.
- **Ahorro para jubilación:** usamos VF para proyectar cuánto acumularás con aportes regulares.
- **Pensiones o rentas:** VP ayuda a comparar un pago único hoy vs. pagos futuros.

Tipos rápidos

- **Inmediatas vs. diferidas** (cuándo empiezan los pagos)
- **Ciertas vs. contingentes** (si el número de pagos es fijo o depende de un evento)
- **Temporales vs. perpetuas** (n finito o infinito)

En la práctica, eliges la fórmula que coincida con el momento del pago (vencida o anticipada), introduces la tasa periódica —ojo, debe coincidir con la frecuencia de PMT— y calculas. Con eso puedes planear préstamos, evaluar inversiones o diseñar un plan de retiro sin perderte en el valor del dinero en el tiempo.

Una anualidad es una serie de pagos iguales hechos a intervalos regulares (mensual, anual, etc.). En finanzas sirve para préstamos, pensiones, ahorros... Todo se reduce a dos cálculos clave: valor presente (VP) —cuánto valen hoy esos pagos futuros— y valor futuro (VF) —cuánto se acumula al final—.

Elementos básicos

- **PMT: pago periódico (renta)**
- **i: tasa de interés por período**
- **n: número de períodos**

1. Anualidad ordinaria (vencida) – pagos al final de cada período

- **Valor presente**
- **Valor futuro**

Ejemplo: \$1 000 al mes, 5 % anual (0.05/12 mensual), 10 años (120 meses) → VP ≈ \$7 721.73. [98S1]

2. Anualidad anticipada – pagos al inicio de cada período

Se ajusta multiplicando por $$(1+i)$$ porque cada pago gana un período extra de interés:

- **VP anticipada = VP ordinaria $\times $(1+i)$$**
- **VF anticipada = VF ordinaria $\times $(1+i)$$ [4IOJ]**

Usos

- **Préstamos/hipotecas: usamos VP para saber cuánto puedes pedir prestado dado el pago mensual.**

- **Ahorro para jubilación: usamos VF para proyectar cuánto acumularás con aportes regulares.**
- **Pensiones o rentas: VP ayuda a comparar un pago único hoy vs. pagos futuros.**

Tipos rápidos

- **Inmediatas vs. diferidas (cuándo empiezan los pagos)**
- **Ciertas vs. contingentes (si el número de pagos es fijo o depende de un evento)**
- **Temporales vs. perpetuas (n finito o infinito)**

En la práctica, eliges la fórmula que coincida con el momento del pago (vencida o anticipada), introduces la tasa periódica —ojo, debe coincidir con la frecuencia de PMT— y calculas. Con eso puedes planear préstamos, evaluar inversiones o diseñar un plan de retiro sin perderte en el valor del dinero en el tiempo.

VALOR FUTURO

En términos generales, se establece que si se invierte a un período dado, a una tasa de interés “r” (también se utiliza la literal “i”), la inversión crecerá a $[1+r]$ por cada dólar invertido. En este ejemplo “r” ó “i” es del 10% y la inversión crecerá a $1+10\%$ por cada peso o dólar invertido.

Suponga usted que necesitará 1,000 dls dentro de 2 años, si le garantizan ganar el 7% ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los 1000 cuando los necesite? ó dicho de otra manera ¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?

$$VP = C/M[1/(1+i)]^n \quad VP = 1000 ([1/(1+0.07)]^2)$$

				POTENCIA	
1	+	0,07	1,07	2	1,144900

Excel

$$= 1000 (1/1.1449) = 1000 (0.873370073) = 873.37$$

Es decir, necesito invertir hoy \$873.44 dls/Ps para obtener dentro de dos años 1,000 a una tasa anual del 7%

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del VA, donde $tasa=0.07$ Número de Períodos = 2 $VF=1,000$ = 873.4387283

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

2

$VP = [68,500/(1.09)] = 68,500/1.1881 = 57,655.08$, por lo tanto a usted le faltan 7,655.08 dls si usted estuviera dispuesto a esperar dos años

3

$$VP = [68,500/(1.09)] = [68,500/1.295029] = 52,894.81$$

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

25

$1/(1.1)^{25} = 1/10.83470594 = 0.092296$ lo que dice que cada peso valdrá 9 centavos del día de hoy a una tasa de descuento del 10% o sea que la promoción le estará pagando realmente $0.0923 \times 100,000 = 9,229.59982$ que es muy diferente de 100,000 Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente los agentes de seguros para venderle seguros de vida, donde le prometen a usted regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted aún no se ha muerto.

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en 335,000 dls y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de 3 años en 400,000 dls. a un tipo de cambio de 11.50 pesos promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.

Además usted puede invertir los 335,000 en fondos de inversión al 10% con poco riesgo ¿**Qué piensa de la inversión propuesta?** ¿**La acepta o la rechaza?** **Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro**

$$335,000(1+i)^3 = 335,000 (1.10)^3 = 335,000 \times 1.331 = 445,885.00 \text{ dls} = 5,127,677.50 \text{ pesos}$$

$$400,000[1/(1+i)^3] = 400,000/(1.1)^3 = 400,000/1.331 = 300,525.92 \text{ dls} = 3,456,048.08 \text{ pesos}$$

(Excel=VA(0.10,3,,400,000))

Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de 300,000 dls equivalente a 3,450,000 pesos y no 335,000 equivalente a 3,852,500 para obtener 400,000 equivalente a 4,600,000 pesos dentro de 3 años.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga 4,600,000 pesos, en lugar de 5,127,677.50 NO conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.

INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión de 100 dólares

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar Intereses ni Capital y deja 110 dólares en su banco, entonces ganará $110 \times 0.10 = 11$ durante el segundo año, por lo tanto, tendrá $110 + 11 = 121$

Estos 121 dólares son el valor de futuro de 100 dentro de dos años con una tasa constante del 10%

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente 110 dólares al 10% considerando que se dispondrá de 1.10 dólares por cada dólar de inversión o sean $110 \times 1.1 = 121$ en total.

Estos 121 dólares se componen de cuatro partes:

La primera parte es el capital original de 100 dólares;

La segunda parte son los 10 dólares de intereses que ganó usted en el primer año;

La tercera parte son los otros 10 dólares que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza 120 dólares y;

El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: $10 \times 0.10 = 1$

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvertiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

$(1+r)^t$ ó $(1+i)^n$ =factor de interés o valor futuro

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

100	0.1	10	110
110	0.1	11	121
121	0.1	12.1	133.1
133.1	0.1	13.31	146.41
146.41	0.1	14.641	161.051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería $100/161.051=1$

$$VP = 1 \times [1/(1+r)] = \$1/(1+r)$$

En otras palabras un valor de 100 dls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de \$161.05

En Excel =VF (0.1,5,100) = \$161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

$$(1+0.12)^3 = 561.97 \quad (1+0.12)^7 = 884.27$$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400

Valor presente y procesos de descuento.

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, **¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años?** No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si $A=10,000$; $A_1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000$ porque $a+ab=a(1+b)$

$A_1=(1.05)10000$ o bien $=(1.05)A$

Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:



$$A_2 = A_1 + 0.05A_1 = (1.05)A_1 = (1.05)(1.05^a) \text{ porque } A_1 = 1.05^a$$

$$A_2 = (1.05)^2 A \text{ ya que } a(a)=a$$

Al concluir el tercer año, la población será:

$$A_3 = A_2 + 0.05A_2 \quad A_3 = (1.05)A_2 = (1.05)(1.05)^2 \text{ porque } A_2 = (1.05)^2 A$$

$$A_3 = (1.05)^3 A = (1.157625)A \quad (1.05)^3 = 1.157625$$

Que puede escribirse como:

$$A_3 = (1 + 0.157625)A$$

$$A_3 = A + 0.157625^a$$

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.

Continuación: Valor presente y Procesos de Descuento

De forma hipotética, si el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) descendiera por ejemplo dos puntos porcentuales cada semana, el porcentaje acumulado en 4 semanas no sería del 8% (2% x 4 semanas) sino menor, ya que tiene también en este caso la baja en cualquier semana, depende de la habida en la semana que le precede. Supongamos ahora que la inflación acumulada en el trimestre no será la suma de los porcentajes que determinamos, sino mayor por razones similares a las anteriores, por tanto, se daría un crecimiento o decrecimiento sobre el último dato observado.

Las situaciones antes descritas pueden ser la base para el estudio del Interés Compuesto y se presentan generalmente cuando los incrementos o variaciones se dan en **porcentajes**.

Los incrementos pueden ser constantes durante un lapso dado más o menos largo o bien pueden cambiar de un periodo a otro. En el primer caso se utilizan las fórmulas y los procedimientos de las progresiones geométricas y en el segundo caso, cuando no son constantes, la variación total se obtiene considerando la variación individual, paso a paso.

VARIACIÓN CONSTANTE

Si la variación en los valores permanece fija, entonces el desarrollo operativo se simplifica como sigue: **Inflación Semestral dada la misma en formato mensual**

Ejemplo: Si la inflación mensual promedio durante 6 meses ha sido del 1.2%

¿**De cuánto será la inflación acumulada del semestre?**

Si suponemos que el primer día del semestre, el precio de un artículo de la canasta básica fue de C_0 pesos; al final del primer mes, es decir al comenzar el segundo mes, el precio es un 1.2% mayor, es decir, que al final del primer mes el incremento es del 1.2%

$$C_1 = C_0 + 0.012C_0$$

$$C_1 = C_0(1 + 0.012) = C_0(1.012)$$

Si al final del segundo mes se incrementa en otro 1.2%

$$C_2 = C_1 + 0.012C_1$$

$$C_2 = C_1(1.012)(1.012) \text{ porque } C_1 = C_0(1.012) \text{ ó } C_2 = C_0(1.012)^2$$

De igual forma al final del tercer mes se tiene:

$$C_3 = C_2 + 0.012C_2$$

$$C_3 = C_2(1.012)$$

2

2

$$C_3 = C_0(1.012)^2(1.012) \text{ ya que } C_2 = C_0(1.012)^2$$

Por lo tanto al final del semestre, el precio del artículo es:

6

$C_6 = C_0(1.012)^6$ ya que el exponente es igual al subíndice C . Esto es igual a

$$C_6 = C_0(1 + 0.0741947873) \text{ ó } C_6 = C_0(1.0741947873)$$

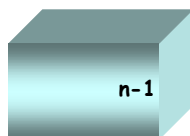
Se expresa como $C_6 = C_0(1 + 0.0741947873)$ ó como

$$C_6 = C_0 + 0.0741947873C_0$$

Lo anterior significa un incremento del 7.4195% aproximadamente, con respecto al precio original

Por lo tanto, la inflación del semestre es de 7.4191% y no del 7.2% que es el resultado de multiplicar la inflación mensual de 1.2% por 6 meses.

Cuando la variación es constante, el valor de cualquier C se obtiene por la



fórmula $a_n = a_1(r)^{n-1}$ para las progresiones geométricas donde r , la razón es igual a $(1+v)$ y v es la tasa de crecimiento o decrecimiento de la variable, como la inflación.

VARIACIÓN NO CONSTANTE

¿Cuál será el porcentaje de inflación en el primer cuatrimestre del año, si en los meses de enero, febrero, marzo y abril fue del 1.2%, 0.9%, 1.3% y 1.5% respectivamente?

La solución es similar. Si al iniciar el mes de enero o bien al terminar el mes de diciembre anterior, el costo de un artículo que varía con la inflación es C , al finalizar el mes de enero serpa de un 1.2% mayor, es decir:

$$C1 = C + 0.012C$$

$$C1 = (1 + 0.012)C$$

Es decir, se factoriza “C” y se reduce a:

$$C1 = (1.012)C$$

El 1.2% de C se expresa como $(0.012)C$

A finales de febrero, el costo crece otro 0.9%, por lo tanto:

$$C2 = C1 + 0.009C, \text{ 0.009 representa el 0.9\%}$$

$$C2 = (1.009) C1$$

$$C2 = (1.009) (1.012C) \text{ ya que } C1 = 1.012C$$

Al terminar el mes de marzo, hay otro incremento del 1.3% donde:

$$C3 = C2 + 0.013C2$$

$$C3 = (1.013) C2$$

$$C3 = (1.013) (1.009)(1.012)C, \text{ Se reemplaza a } C2$$

Al final del cuatrimestre el precio del artículo es un 1.5% mayor por ello:

$$C4 = C3 + 0.015C3$$

$$C4 = (1.015)C3$$

$$C4 = (1.015)(1.013)(1.009)(1.012)c$$

$$C4 = (1.04989814)C$$

Que se puede expresar como sigue:

$$C4 = (1 + 0.04989814)C$$

Lo cual significa un incremento total del 4.989814% y por supuesto esta cifra es mayor que el 4.90% que es la suma de los 4 porcentajes.

Ejemplo:

Porcentajes del incremento en Ventas

- a) ¿En qué porcentaje han crecido las ventas de una exportadora de artesanías en sus primeros 6 años, si del primero al segundo año crecieron 3%, del segundo al tercer año un 3.7% y así sucesivamente 5.2%, 7.1% y 10.5%?
- b) ¿De cuánto serán sus ventas en el sexto año sin el primero exportó 750,300 dólares con un tipo de cambio proyectado de 11.60 por cada dólar?

Solución:

- a) Supongamos que las ventas del primer año fueron V_1 , en el segundo fueron 3% mayores, por tanto:

$$V_2 = V_1 + 0.03V_1$$

$$V_2 = (1.03)V_1$$

En el tercero son un 3.7% mayores, por lo que

$$V_3 = (1.037)V_2$$

$$V_3 = (1.037)(1.03)V_1 \text{ porque } V_2 = 1.03V_1$$

En el cuarto año y los subsiguientes, las ventas son:

$$V_4 = (1.052)(1.037)(1.03V_1)$$

$$V_5 = (1.071)(1.052)(1.037)(1.03V_1) \text{ y}$$

$$V_6 = (1.105)(1.071)(1.052)(1.037)(1.03V_1)$$

$$V6=(1.329791246)V1$$

$$\text{ó } V6=(1+0.329791246)V1$$

que representan un incremento total del 32.98% aproximadamente en los 6 años, incremento que es mayor al 29.5% que resultan de sumar los 5 porcentajes.

b) Las ventas en el sexto año, si en el primero fueron de US 750,300 con los incrementos dados son:

$$V6=(1.329791246)(750300)$$

$V6=\text{US } 997,742.37$ por el tipo de cambio digamos de 11.60 para obtener su valor en pesos =**\$11,573,811.49**

1. La producción de automóviles en 2007 fue de 175,000 unidades ¿De cuánto será en el año 2008 y 2009 si ésta crece un 8% anual en los primeros dos años, 2010 un 10.5% en los siguientes tres años y posteriormente un 7.6% anual? 69.33 **R= 369,166 296336.17**
2. El PIB creció 3.6% en 1991, 2.8% en 1992, 0.6% en 1993 y 3.5% puntos porcentuales en 1994. En 1995 se redujo 6.9 puntos porcentuales para después crecer 5.1 puntos en 1996, 7 puntos en 1997 y 4.5 puntos en 1998 ¿De cuántos puntos porcentuales fue el incremento acumulado del PIB desde 1991 hasta 1998? **R=21.323%**

RECAPITULACIÓN DEL CONCEPTO DEL INTERÉS COMPUESTO

En el interés compuesto, los intereses que se devengan en un período se agregan o suman al Capital C y desde el segundo período generan sus propios intereses. Puede suceder que la tasa sea variable, en cuyo caso se procede como en los ejemplos ya vistos, o bien que sea constante y entonces deberá seguirse el procedimiento siguiente:

Suponga Ud. que se depositan \$1,000 en una cuenta bancaria que paga el 36% de interés anual, compuesto por meses ¿Cuál será el monto acumulado al final de año y medio?

Decir que el interés es compuesto por meses significa que cada mes los intereses que se generan se capitalizan es decir, se suman al Capital.

Para los **intereses del mes**, el capital se multiplica por la tasa mensual $36\%/12=0.03$ y por tanto, al término del primer mes el monto del Capital C1 es:

$$M1=1,000+0.03(1000) \quad M1=1,000(1+0.03) = C1(1.03)$$

$$M1=1,000(1.03) \text{ o bien } M1=1,030$$

Al comenzar el **segundo período mensual**, el capital es de 1,030 y el interés mensual es del 3%, por lo que el Monto M a final de ese mes es:

$$M2=1,030 + 0.03 (1,030) \quad M2=1,030(1.03) \quad M2=1,000(1.030)(1.03)$$

porque $1030=1000(1.03)$

$$a(a)=a$$

$$M2=1,000(1.03)^2 \quad M2=1,060.90$$

Al final del tercer mes, el monto es:

$$M_3 = 1,060.90 (1.03)$$

$$M_3 = 1,000(1.03)^2 \quad 1060.90 = 1000(1.03)^2$$

$$M_3 = 1,000(1.03)^3 \quad \text{ya que } a^m a^n = a^{m+n}$$

Por lo tanto cada uno de estos montos se pueden expresar como el producto de los 1000 originales y una potencia de n de 1.03 que es igual al mes que concluye. El monto acumulado en año y medio, al final de 18 meses es por tanto:

$$M_{18} = 1,000(1.03)^{18} \quad \text{o bien } M_{18} = C(1.03)^n \quad M_{18} = 1000(1.702433061) \quad M_{18} = \$1,702.43$$

Para efectos de comparación, debe notarse que si la inversión se hace con interés simple, el monto al final es menor ya que:

$$M = 1000(1 + 18(0.03)) \quad M = C(1 + ni)$$

$$M = 1000(1.54) \quad \text{o } M = \$1,540$$

Del mismo modo es cierto que si ahora se capitalizaran los intereses en forma quincenal, el monto se incrementaría, ya que la tasa por quincena será de $0.36/24 = 0.015$ y el monto después de 36 quincenas (año y medio) sería:

$$M_{36} = 1,000(1 + 0.015)^{36} \quad M_{36} = 1,000(1.709139538) \quad M_{36} = \$1,709.14$$

Por lo anterior, se confirma que si se reduce el tiempo en que los intereses se capitalizan, el monto aumenta, es decir, resulta más productivo pues los intereses producen más intereses más rápido y con mayor frecuencia.

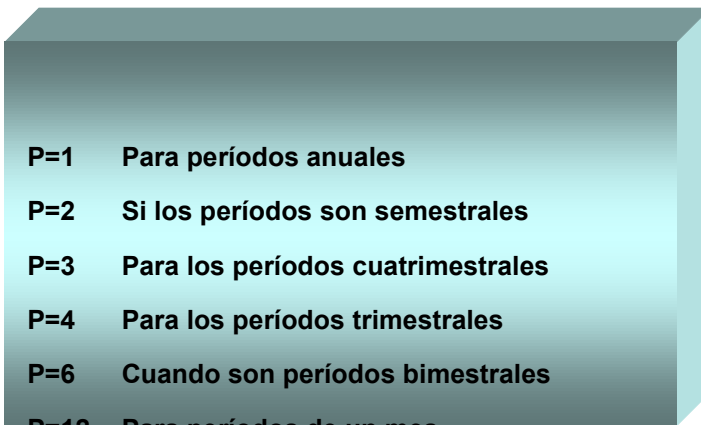
“El tiempo entre dos fechas sucesivas en las que los intereses se agregan al capital se llama PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN y el número de veces por año en que los intereses se capitalizan se le llama FRECUENCIA DE CONVERSIÓN y se conoce como P”

A la Frecuencia de Conversión se le conoce en el medio financiero como

Frecuencia de Capitalización de Intereses.

Una afirmación es que si el período de capitalización es mensual, entonces las siguientes expresiones son equivalentes: “el interés es compuesto por meses”, “capitalizable por meses” “convertible mensualmente” o “interés nominal mensual”. En estas condiciones el valor de “p” es doce.

Los valores más usuales para la frecuencia de la conversión p, son:



P=1	Para períodos anuales
P=2	Si los períodos son semestrales
P=3	Para los períodos cuatrimestrales
P=4	Para los períodos trimestrales
P=6	Cuando son períodos bimestrales
P=12	Para períodos de un mes
P=13	Si los períodos son de 28 días y
P=24,	52 y 360 ó 365 para períodos quincenales, semanales y diarios respectivamente.

Los períodos de capitalización pueden ser tan pequeños como se desee, llegando a tasas de con capitalización instantánea y se comprueba algebraicamente como:

$M=Ce$ donde $e=2.71828\dots$; i es la tasa convertible instantánea y n es el tiempo en años

Si p es la frecuencia de conversión, entonces la tasa por período es i/p , por lo que la fórmula general para el monto con interés compuesto es la del siguiente teorema.

np

El monto acumulado M de un capital C al final de np períodos es $M=C(1+i/p)^{np}$

Donde n =plazo en años np = es el número de períodos e

i =tasa de interés anual capitalizable en p períodos por año

Esta ecuación es conocida como la fórmula del interés compuesto.

Ejemplo ¿Qué capital debe invertirse ahora al 32.7% capitalizable por bimestres para tener 40,000 en 10 meses? ¿A cuánto ascienden los intereses?

El plazo n debe ser calculado en años, por lo que para expresar 10 meses en años se divide entre 12 meses. $n=10/12$. La frecuencia de la conversión o capitalización de intereses es $p=6$, por que son 6 bimestres que tiene un año, entonces, $np=(10/2)=5$ bimestres

El monto $M=40,000$, la tasa de interés es $i=0.327$ o 32.7% anual, capitalizable por semestres, y la incógnita es C que se despeja de la igualdad que resultó de sustituir estos valores en la ecuación del teorema ya apuntado.

$$40000=C(1+0.327/6)^5 \quad 40000=C(1.0545)^5 \quad 40000=C(1.303865879)^5$$

$$C=40000/1.303865879 \text{ de donde } C= \$30,678$$

Los intereses son la diferencia entre el M y C $I = (40,000) - (30,678)$

Por tanto, $I = 9,322$

Con objeto de que refuerce lo comentado anteriormente, a continuación se presentan algunos ejercicios:

$$40000/(1+(0,327/6)^5) = 30,678$$

¿Cuál es el valor comercial de un pagaré con VN de US 750, si se descuenta con el 33.5% simple anual 3 meses antes de su vencimiento?

			R= US 687.19
D=Mnd	Valor Original		750.00
M= 750	D=(750)(0.335)(0.25)	menos:	62.8125
d=0.335	Valor Comercial después del Descuento		687.19
t=3/12=0.25			

¿ En cuánto se negocia el 15 de marzo un documento con VN de \$350,000 con vencimiento al 15 de agosto y descuento del 37% simple anual?

		R=296,041.67
	Valor Nominal	350,000.00
D=Mnd	D=(350000)(0.37)(0.4166666666)	53958.33332
M= 350,000		296,041.67
d=0.37		
t=5/12=0.4166666666		

¿Cuál es el valor nominal de un documento que 5 meses antes de su vencimiento se negocia en 25,000 al 32.5% de dcto. simple anual?

D=Cdt/1-dt=(25000)(0.325)(5/12)/1-((0.325)(5/12))	R=28,915.66
M=25000 (25000)(0.4166666666)(0.325)	3915.662651
n=5/12=0.4166666666	
Valor Nominal Original	25,000.00
	3,915.66
	28,915.66

¿Cuántos días antes del vencimiento se comercializa un pagaré en 4,750, si su valor nominal es de 5,200 y el descuento es del 26.4% simple anual?

		R=118 días
D=M-C = 450		
D=Mtn		0.022846154
M= 5,200	D=5200-4750= 450 450=(5200)(0.264)(t)	
C= 4,750	t=450/5200*0.264 = 450/1372.80	0.327797203
d = 0.264	Para convertirlo a días se multiplica por 360	118.006993
n=X		

Obtenga la tasa de descuento simple anual de un documento cuyo VN es de 2,400 y se vende en 2,240 tres meses antes de su vencimiento

		R=26.67%
M= 2400	Cnt= 2400x0.25*d	
C= 2240	Mt=2400*0.25=600	
t= 3/12 = 0.25	D=2400-2240= 160	
D=X D=Mdt	160=600d d=160/600	0.266666667
	o bien	26.67%

Una empresa descuenta un documento y recibe 8,700. La tasa de descuento fue del 21.5% simple anual y el VN fue de 10,000

		R=218 días
¿Cuánto faltaba para su vencimiento?		
C=M(1-nt)	C=10000(1-n0.215)= 8700=10000(1-n0.215)	
	8700/10000-1=-n(0.215) = 0.13=-n0.215	
	n=0.13/0.215=0.6046512 x 360=217.67 días	

Monto que se acumula al invertir un capital

3385.41 este es el resultado correcto.

Planteamiento del Problema:

Obtenga el Monto que se acumula en dos años si un Capital de \$65,000 se invierte al 40% integrado por semestres:

Solución

El capital es $C=65,000$, la tasa anual es $i=0.4$ la frecuencia de conversión es de $p=2$, ya que son dos semestres al año, $n=2$ desde que el Capital se acumula dos años, el número de periodos en el plazo es $np=4$ (4 semestres), entonces el monto según el teorema 4.1 es:

$$M=65,000(1+0.40/2)^{np}, \text{ ya que } M=C(1+i/p)^{np}$$

4

$$M=65,000(1+0.40/2)^4$$

$$M=65,000(2.0736)$$

$$M=\$134,784$$

Ejemplo sobre la **Tasa de Interés para Duplicar un Capital.**

Planteamiento del Problema:

¿Con qué tasa de interés anual capitalizable por bimestres se duplica un capital en 3 años?

Solución

Si el Capital C se duplica en 3 años, entonces el monto es $M=2C$, el plazo es $n=3$, la frecuencia de conversión es $p=6$, que son el número de bimestres por año y el número de periodos bimestrales en el plazo es $np = 3(6)=18$

$$2^{\frac{18}{18}} C = C(1+i/6)^{np}$$

$$2 = (1+i/6)^{np}$$

Como C está en ambos lados de la ecuación, se elimina:

$$\sqrt[18]{2} = 1+i/6 \quad \text{ya que} \quad \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$1.039259226 = 1+i/6$$

Se le resta 1 en ambos lados de la ecuación y después se multiplica por 6

$$(0.039259226)6 = i \quad \text{o bien} \quad i = 0.235555356$$

Lo anterior significa que para duplicar un capital en tres años deben invertirse aproximadamente al **23.56% anual capitalizable por bimestres**.

Ejemplo sobre el **Plazo en inversión de un capital**

Planteamiento del Problema:

¿Qué día deberá invertir usted la cantidad \$10,000 para disponer de \$11,538 el 11 de mayo? Suponga que la inversión genera intereses del 39% compuesto por semanas

Solución

La incógnita es $x=np$, el plazo se proporciona en semanas, la frecuencia de conversión es $p=52$, ya que son precisamente 52 semanas que componen a un año, el Capital $C=10,000$ y el monto del capital es $M=11,538$ y se sustituyen valores en la ecuación:

$$M = C(1+i/p)^{np}$$

$$11,538 = 10,000(1 + 0.39/52)^x$$

$$11,538/10,000 = (1.0075)^x$$

$$1.1538 = (1.0075)^x \text{ o bien } (1.0075)^x = 1.1538$$

En este caso se toma el logaritmo natural Ln en ambos lados, ya que si dos números positivos son iguales, sus logaritmos son iguales.

$$\begin{aligned} \ln(1.0075)^x &= \ln(1.1538) \\ (X)\ln(1.0075) &= \ln(1.1538) \quad \text{Log}_a(M) = (n) \text{Log}_a(M) \\ X &= \ln(1.1538)/\ln(1.0075) \end{aligned}$$

$$X = 0.143060843/0.007472015$$

$$\text{ó } X = 19.146220038$$

Este resultado puede ser redondeado a 19 semanas y con eso el monto será un poco menos de los 11,538. Pero debemos convertirlos a días multiplicándolo por 7 días, o sea, $19.146220038 (7) = 134.023547$ o sean 134 días y por lo tanto aplicando una tabla específica o bien calculándolo manualmente se determina que será el 28 de diciembre del año inmediato anterior.

Con objeto de reforzar lo visto, desarrolle usted los siguientes ejercicios:

1) ¿Qué capital debe invertirse en una cuenta que paga el 33.6% anual capitalizable por meses para disponer de 13,000 en 7 meses?

Respuesta = 10,714.98 (Excel $VA((0.336/12), 7, 13000)^{-1} = \$10,714.98$)

2) ¿Cuánto se acumula en una cuenta de inversión que reditúa el 18.6% anual capitalizable por bimestres en un plazo de 2 años, si se invierten \$35,000?

Respuesta=50,486.12

3) ¿En cuánto tiempo se liquidará un crédito de \$175,000 con intereses del 24.96% compuesto por quincenas y un pago final de \$230,000?

Respuesta = 26 quincenas