Continuación de **VALOR FUTURO**

En términos generales, se establece que si se invierte a un período dado, a una tasa de interés "r" (también se utiliza la literal "i"), la inversión crecerá a [1+r] por cada dólar invertido. En este ejemplo "r" ó "i" es del 10% y la inversión crecerá a 1+10% por cada peso o dólar invertido.

Suponga usted que necesitará 1,000 dlls dentro de 2 años, si le garantizan ganar el 7% ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los 1000 cuando los necesite? ó dicho de otra manera ¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?

$VP = C=M[\ 1/(1+i)^{n}\ ]$ **$VP= 1000\ ([1/(1+0.07)^{2}\ ]$**

				POTENCIA	
1	+	0,07	1,07	2	1,144900

Excel

= 1000 (1/1.14499) **= 1000 (0.873370073) = 873.37**

Es decir, necesito invertir hoy $873.44 dlls/Ps para obtener dentro de dos años 1,000 a una tasa anual del 7%

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del VA, donde tasa=0.07 Número de Períodos = 2 VF=1,000 = 873.4387283

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dlls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

$VP = [68,500/(1.09)^{2}] = 68,500/1.1881 = 57,655.08$, por lo tanto a usted le faltan 7,655.08 dlls si usted estuviera dispuesto a esperar dos años

$VP = [68,500/(1.09)^{3}\ ] = [68,500/1.295029] = 52,894.81$

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dlls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dlls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dlls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

$1/(1.1)^{25} = 1/10.83470594 = 0.092296$ lo que dice que cada peso valdrá 9 centavos del día de hoy a una tasa de descuento del 10% o sea que la

promoción le estará pagando realmente 0.0923 x 100,000 = 9,229.59982 que es muy diferente de 100,0000
Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente los agentes de seguros para venderle seguros de vida, donde le prometen a usted regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted aún no se ha muerto.

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en 335,000 dlls y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de 3 años en 400,000 dlls. a un tipo de cambio de 11.50 pesos promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.

Además usted puede invertir los 335,000 en fondos de inversión al 10% con poco riesgo ¿Qué piensa de la inversión propuesta? ¿La acepta o la rechaza? Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro

$335{,}000(1+i)^3 = 335{,}000\,(1.10)^3 = 335{,}000 \times 1.331 = 445{,}885.00$ dlls = 5,127,677.50 pesos

$400{,}000[1/(1+i)^3] = 400{,}000/(1.1)^3 = 400{,}000/1.331 = 300{,}525.92$ dlls = 3,456,048.08 pesos

(Excel=VA(0.10,3,,400,000)
Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de 300,000 dlls equivalente a 3,450,000 pesos y no 335,000 equivalente a 3,852,500 para obtener 400,000 equivalente a 4,600,000 pesos dentro de 3 años.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga 4,600,000 pesos, en lugar de 5,127,677.50 NO conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.

INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión de 100 dólares

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar Intereses ni Capital y deja 110 dólares en su banco, entonces ganará 110x 0.10 = 11 durante el segundo año, por lo tanto, tendrá 110+11= 121

Estos 121 dólares son el valor de futuro de 100 dentro de dos años con una tasa constante del 10%

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente 110 dólares al 10% considerando que se dispondrá de 1.10 dólares por cada dólar de inversión o sean 110 x 1.1= 121 en total.

Estos 121 dólares se componen de cuatro partes:

1. **La primera parte es el capital original de 100 dólares;**
2. **La segunda parte son los 10 dólares de intereses que ganó usted en el primer año;**
3. **La tercera parte son los otros 10 dólares que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza 120 dólares y;**
4. **El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: 10 x 0.10 = 1**

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvirtiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

$(1+r)^t$ ó $(1+i)^n$ =factor de interés o valor futuro

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

100	0.1	10	110
110	0.1	11	121
121	0.1	12.1	133.1
133.1	0.1	13.31	146.41
146.41	0.1	14.641	161.051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería 100/161.051=1

VP = 1 x [1/(1+r)] = $1/(1+r)

En otras palabras un valor de 100 dlls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de $161.05

En Excel =VF (0.1,5,100) = $161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

$(1+0.12)^{3} = 561.97$ $(1+0.12)^{7} = \boxed{884.27}$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400

Valor presente y procesos de descuento.

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dlls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, ¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años? No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si A=10,000; A1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000 porque a+ab=a(1+b)

A1=(1.05)10000 o bien =(1.05)A

Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:

A2= A1+0.05A1 = (1.05)A1 = (1.05)(1.05ª) porque A1=1.05ª

$A2=(1.05)^2 A$ ya que $a(a)=a^2$

Al concluir el tercer año, la población será:

$A3=A2+0.05A2 \quad A3=(1.05)A2 = (1.05)(1.05)^2$ porque $A2=(1.05)^2 A$

$A3=(1.05)^3 A = (14.157625)A \qquad (1.05)^3 =1.157625$

Que puede escribirse como:
A3=(1+0.157625)A
A3=A+0.157625ª

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.

Continuación: Valor presente y Procesos de Descuento

De forma hipotética, si el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) descendiera por ejemplo dos puntos porcentuales cada semana, el porcentaje acumulado en 4 semanas no sería del 8% (2% x 4 semanas) sino menor, ya que tiene también en este caso la baja en cualquier semana, depende de la habida en la semana que le precede. Supongamos ahora que la inflación acumulada en el trimestre no será la suma de los porcentajes que determinamos, sino mayor por razones similares a las anteriores, por tanto, se daría un crecimiento o decrecimiento sobre el último dato observado.

Las situaciones antes descritas pueden ser la base para el estudio del Interés Compuesto y se presentan generalmente cuando los incrementos o variaciones se dan en porcentajes.

Los incrementos pueden ser constantes durante un lapso dado más o menos largo o bien pueden cambiar de un período a otro. En el primer caso se utilizan las fórmulas y los procedimientos de las progresiones geométricas y en el segundo caso, cuando no son constantes, la variación total se obtiene considerando la variación individual, paso a paso.

VARIACIÓN CONSTANTE

Si la variación en los valores permanece fija, entonces el desarrollo operativo se simplifica como sigue: Inflación Semestral dada la misma en formato mensual

Ejemplo: Si la inflación mensual promedio durante 6 meses ha sido del 1.2%

¿De cuánto será la inflación acumulada del semestre?

Si suponemos que el primer día del semestre, el precio de un artículo de la canasta básica fue de Co pesos; al final del primer mes, es decir al comenzar el segundo mes, el precio es un 1.2% mayor, es decir, que al final del primer mes el incremento es del 1.2%

$C1=Co+0.012Co$

$C1=Co(1+0.012) = Co(1.012)$

Si al final del segundo mes se incrementa en otro 1.2%

$C2=C1+0.012C1$

$C2=C1(1.012))(1.012)$ porque $C1=Co(1.012)$ ó $C2=Co(1.012)^2$

De igual forma al final del tercer mes se tiene:

$C3=C2+0.012C2$

$C3=C2(1.012)$

$C3=Co(1.012)^2 (1.012)$ ya que $C2=Co(1.012)^2$

Por lo tanto al final del semestre, el precio del artículo es:

$C6=Co(10.12)^6$ ya que el exponente es igual al subíndice C. Esto es igual a

$C6=Co(1+0.0741947873)$ ó $=Co(1.074194873)$

Se expresa como $C6=Co(1+0.0741947873)$ ó como

$C6=Co+0.074194873Co$

Lo anterior significa un incremento del 7.4195% aproximadamente, con respecto al precio original

Por lo tanto, la inflación del semestre es de 7.4191% y no del 7.2% que es el resultado de multiplicar la inflación mensual de 1.2% por 6 meses.

Cuando la variación es constante, el valor de cualquier C se obtiene por la

fórmula $a_n = a_1(r)^{n-1}$ para las progresiones geométricas donde **r**, la razón es igual a **(1+v)** y **v** es la tasa de crecimiento o decrecimiento de la variable, como la inflación.

VARIACIÓN NO CONSTANTE

¿Cuál será el porcentaje de inflación en el primer cuatrimestre del año, si en los meses de enero, febrero, marzo y abril fue del 1.2%, 0.9%, 1.3% y 1.5% respectivamente?

La solución es similar. Si al iniciar el mes de enero o bien al terminar el mes de diciembre anterior, el costo de un artículo que varía con la inflación es C, al finalizar el mes de enero serpa de un 1.2% mayor, es decir:

C1= C+0.012C
C1= (1+0.012)C Es decir, se factoriza "C" y se reduce a:
C1= (1.012)C

El 1.2% de C se expresa como (0.012)C

A finales de febrero, el costo crece otro 0.9%, por lo tanto:

C2= C1+0.009C, 0.009 representa el 0.9%
C2= (1.009) C1
C2= (1.009) (1.012C) ya que C1=1.012C

Al terminar el mes de marzo, hay otro incremento del 1.3% donde:

C3= C2+0.013C2
C3= (1.013) C2
C3= (1.013) (1.009)(1.012)C, Se reemplaza a C2

Al final del cuatrimestre el precio del artículo es un 1.5% mayor por ello:

C4=C3+0.015C3
C4=(1.015)C3
C4=(1.015)(1.013)(1.009)(1.012)c
C4=(1.04989814)C

Que se puede expresar como sigue:

C4=(1+0.04989814)C

Lo cual significa un incremento total del 4.989814% y por supuesto esta cifra es mayor que el 4.90% que es la suma de los 4 porcentajes.

Ejemplo:
Porcentajes del incremento en Ventas

a) **¿En qué porcentaje han crecido las ventas de una exportadora de artesanías en sus primeros 6 años, si del primero al segundo año crecieron 3%, del segundo al tercer año un 3.7% y así sucesivamente 5.2%, 7.1% y 10.5%?**
b) **¿De cuánto serán sus ventas en el sexto año sin el primero exportó 750,300 dólares con un tipo de cambio proyectado de 11.60 por cada dólar?**

Solución:

a) **Supongamos que las ventas del primer año fueron V1, en el segundo fueron 3% mayores, por tanto:**

V2=V1+0.03V1
V2=(1.03)V1

En el tercero son un 3.7% mayores, por lo que

V3=(1.037)V2
V3=(1.037)(1.03)V1 porque V2=1.03V1

En el cuarto año y los subsiguientes, las ventas son:

V4=(1.052)(1.037)(1.03V1)
V5=(1.071)(1.052)(1.037)(1.03V1) y
V6=(1.105)(1.071)(1.052)(1.037)(1.03V1)
V6=(1.329791246)V1
ó V6=(1+0.329791246)V1

que representan un incremento total del 32.98% aproximadamente en los 6 años, incremento que es mayor al 29.5% que resultan de sumar los 5 porcentajes.

b) Las ventas en el sexto año, si en el primero fueron de US 750,300 con los incrementos dados son:

V6=(1.329791246)(750300)
V6=US 997,742.37 por el tipo de cambio digamos de 11.60 **para obtener su valor en pesos =$11,573,811.49**

1. **La producción de automóviles en 2007 fue de 175,000 unidades ¿De cuánto será en el año 2008 y 2009 si ésta crece un 8% anual en los primeros dos años, 2010 un 10.5% en los siguientes tres años y posteriormente un 7.6% anual? 69.33 R= 369,166 296336.17**

2. **El PIB creció 3.6% en 1991, 2.8% en 1992, 0.6% en 1993 y 3.5% puntos porcentuales en 1994. En 1995 se redujo 6.9 puntos porcentuales para después crecer 5.1 puntos en 1996, 7 puntos en 1997 y 4.5 puntos en 1998 ¿De cuántos puntos porcentuales fue el incremento acumulado del PIB desde 1991 hasta 1998? R=21.323%**

RECAPITULACIÓN DEL CONCEPTO DEL INTERÉS COMPUESTO

En el interés compuesto, los intereses que se devengan en un período se agregan o suman al Capital C y desde el segundo período generan sus propios intereses. Puede suceder que la tasa sea variable, en cuyo caso se procede como en los ejemplos ya vistos, o bien que sea constante y entonces deberá seguirse el procedimiento siguiente:

Suponga Ud. que se depositan $1,000 en una cuenta bancaria que paga el 36% de interés anual, compuesto por meses ¿Cuál será el monto acumulado al final de año y medio?

Decir que el interés es compuesto por meses significa que cada mes los intereses que se generan se capitalizan es decir, se suman al Capital.

Para los intereses del mes, el capital se multiplica por la tasa mensual 36%/12=0.03 y por tanto, al término del primer mes el monto del Capital C1 es:

$M1=1{,}000+0.03(1000)$ $M1=1{,}000(1+0.03) = C1(1.03)$

$M1=1{,}000(1.03)$ o bien $M1=1{,}030$

Al comenzar el segundo período mensual, el capital es de 1,030 y el interés mensual es del 3%, por lo que el Monto M a final de ese mes es:

$M2=1{,}030 + 0.03\,(1{,}030)$ $M2=1{,}030(1.03)$ $M2=1{,}000(1.030)(1.03)$ porque $1030=1000(1.03)$

$$a(a)=a^2$$

$M_2=1{,}000(1.03)^2$ $M_2=1{,}060.90$

Al final del tercer mes, el monto es:

$M_3=1{,}060.90\ (1.03)$

$M_3=1{,}000(1.03)^2\ (1.03)$ $\quad 1060.90=1000(1.03)^2$

$M_3=1{,}000(1.03)^3$ $\quad$ ya que $a^m\, a^n = a^{m+n}$

Por lo tanto cada uno de estos montos se pueden expresar como el producto de los 1000 originales y una potencia de n de 1.03 que es igual al mes que concluye. El monto acumulado en año y medio, al final de 18 meses es por tanto:

$M_3=1{,}000(1.03)^{18}$ o bien $M_{18}=C1(1.03)^{18}$ $M_{18}=1000(1.702433061)$ $M_{18}=\$1{,}702.43$

Para efectos de comparación, debe notarse que si la inversión se hace con interés simple, el monto al final es menor ya que:

$M=1000(1+18(0.03))$ $M=C(1+ni)$

$M=1000(1.54)$ ó $M=\$1,540$

Del mismo modo es cierto que si ahora se capitalizaran los intereses en forma quincenal, el monto se incrementaría, ya que la tasa por quincena será de 0.36/24=0.015 y el monto después de 36 quincenas (año y medio sería:

$M_{36}=1,000(1+0.015)^{36}$ $M_{36}=1,000(1.709139538)$ $M_{36}=\$1709.14$

Por lo anterior, se confirma que si se reduce el tiempo en que los intereses se capitalizan, el monto aumento, es decir, resulta más productivo pues los intereses producen más intereses más rápido y con mayor frecuencia.

"El tiempo entre dos fechas sucesivas en las que los intereses se agregan al capital se llama PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN y el número de veces por año en que los intereses se capitalizan se le llama FRECUENCIA DE CONVERSIÓN y se conoce como P"

A la Frecuencia de Conversión se le conoce en el medio financiero como

Frecuencia de Capitalización de Intereses.

Una afirmación es que si el período de capitalización en mensual, entonces las siguientes expresiones son equivalentes: "el interés es compuesto por meses", "capitalizable por meses" "convertible mensualmente" o "interés nominal mensual". En estas condiciones el valor de "p" es doce.

Los valores más usuales para la frecuencia de la conversión p, son:

P=1	Para períodos anuales
P=2	Si los períodos son semestrales
P=3	Para los períodos cuatrimestrales
P=4	Para los períodos trimestrales
P=6	Cuando son períodos bimestrales
P=12	Para períodos de un mes
P=13	Si los períodos son de 28 días y
P=24,	52 y 360 ó 365 para períodos quincenales, semanales y diarios respectivamente.

Los períodos de capitalización pueden ser tan pequeños como se desee, llegando a tasas de con capitalización instantánea y se comprueba algebraicamente como:

$M=Ce^{in}$ donde $e=2.71828...$; i es la tasa convertible instantánea y n es el tiempo en años

Si p es la frecuencia de conversión, entonces la tasa por período es i/p, por lo que la fórmula general para el monto con interés compuesto es la del siguiente teorema.

El monto acumulado M de un capital C al final de np períodos es $M=C(1+i/p)^{np}$
Donde **n**=plazo en años **np**= es el número de períodos **e**
i=tasa de interés anual capitalizable en p períodos por año

Esta ecuación es conocida como la fórmula del interés compuesto.

Ejemplo ¿Qué capital debe invertirse ahora al 32.7% capitalizable por bimestres para tener 40,000 en 10 meses? ¿A cuánto ascienden los intereses?

El plazo n debe ser calculado en años, por lo que para expresar 10 meses en años se divide entre 12 meses. n=10/12. La frecuencia de la conversión o capitalización de intereses es p=6, por que son 6 bimestres que tiene un año, entonces, np=(10/2)=5 bimestres

El monto M=40,000, la tasa de interés es i=0.327 o 32.7% anual, capitalizable por semestres, y la incógnita es C que se despeja de la igualdad que resultó de sustituir estos valores en la ecuación del teorema ya apuntado.

$40000=C(1+0327/6)^5$ $40000=C(1.0545)^5$ $40000=C(1.303865879)$

$C=40000/1.303865879$ de donde $C=$ \$30,678

Los intereses son la diferencia entre el M y C I = (40,000) – (30,678)

Por tanto, I = 9,322

Con objeto de que refuerce lo comentado anteriormente, a continuación se presentan algunos ejercicios:

$40000/(1+(0327/6)_5)= 30,678$

¿Cuál es el valor comercial de un pagaré con VN de US 750, si se descuenta con el 33.5% simple anual 3 meses antes de su vencimiento?			R= US 687.19
D=Mnd	Valor Original		750.00
M= 750	D=(750)(0.335)(0.25)	menos:	62.8125
d=0.335	Valor Comercial después del Descuento		687.19
t=3/12=0.25			

¿ En cuánto se negocia el 15 de marzo un documento con VN de $350,000 con vencimiento al 15 de agosto y descuento del 37% simple anual?			R=296,041.67
		Valor Nominal	350,000.00
D=Mnd	D=(350000)(0.37)(0.4166666666)		53958.33332
M= 350,000			296,041.67
d=0.37			
t=5/12=0.41666666666			

¿Cuál es el valor nominal de un documento que 5 meses antes de su vencimiento se negocia en 25,000 al 32.5% de dcto. simple anual?			
D=Cdt/1-dt=(25000)(0.325)(5/12)/1-((0.325)(5/12))			R=28,915.66
M=25000	(25000)(0.4166666666)(0.325)		3915.662651
n=5/12=0.4166666666			
		Valor Nominal Original	25,000.00
			3,915.66
			28,915.66

¿Cuántos días antes del vencimiento se comercializa un pagaré en 4,750, si su valor nominal es de 5,200 y el descuento es del 26.4% simple anual?			R=118 días
D=M-C = 450			
D=Mtn			0.022846154
M= 5,200	D=5200-4750= 450	450=(5200)(0.264)(t)	
C= 4,750	t=450/5200*0.264 = 450/1372.80		0.327797203
d = 0.264	Para convertirlo a días se multiplica por 360		118.006993
n=X			

Obtenga la tasa de descuento simple anual de un documento cuyo VN es de 2,400 y se vende en 2,240 tres meses antes de su vencimiento			R=26.67%
M= 2400	Cnt= 2400x025*d		
C= 2240	Mt=2400*0.25=600		
t= 3/12 = 0.25	D=2400-2240= 160		
D=X D=Mdt	160=600d d=160/600		0.266666667
		o bien	26.67%

Una empresa descuenta un documento y recibe 8,700. La tasa de descuento fue del 21.5% simple anual y el VN fue de 10,000 ¿Cuánto faltaba para su vencimiento?		R=218 días
C=M(1-nt)	C=10000(1-n0.215)= 8700=10000(1-n0.215)	
	8700/10000-1=-n(0.215) = 0.13=-n0.215	
	n=0.13/0.215=0.6046512 x 360=217.67 días	

Monto que se acumula al invertir un capital

3385.41 este es el resultado correcto.

Planteamiento del Problema:

Obtenga el Monto que se acumula en dos años si un Capital de $65,000 se invierte al 40% integrado por semestres:

Solución

El capital es C=65,000, la tasa anual es i=0.4 la frecuencia de conversión es de p=2, ya que son dos semestres al año, n=2 desde que el Capital se acumula dos años, el número de períodos en el plazo es np=4 (4 semestres), entonces el monto según el teorema 4.1 es:

$M=65{,}000(1+0.40/2)$, ya que $M=C(1+i/p)^{np}$

$M=65{,}000(1+0.40/2)^4$

$M=65{,}000(2.0736)$

$M=\$134{,}784$

Ejemplo sobre la **Tasa de Interés para Duplicar un Capital.**

Planteamiento del Problema:

¿Con qué tasa de interés anual capitalizable por bimestres se duplica un capital en 3 años?

Solución

Si el Capital **C** se duplica en 3 años, entonces el monto es **M**=2C, el plazo es n=3, la frecuencia de conversión es p=6, que son el número de bimestres por año y el número de períodos bimestrales en el plazo es **np** = 3 (6)=18

$2C=C(1+i/6)^{18}$ $\qquad M=C(1+i/p)^{np}$

$2=(1+i/6)^{18}$ $\qquad$ Como C está en ambos lados de la ecuación, se elimina:

$\sqrt[18]{2} = 1+i/6$ ya que $\sqrt[n]{a^n} = a$

$1.039259226=1+i/6$

Se le resta 1 en ambos lados de la ecuación y después se multiplica por 6

$(0.039259226)6 = i$ o bien $i=0.235555356$

Lo anterior significa que para duplicar un capital en tres años deben invertirse aproximadamente al **23.56% anual capitalizable por bimestres**.

Ejemplo sobre el Plazo en inversión de un capital

Planteamiento del Problema:

¿Qué día deberá invertir usted la cantidad $10,000 para disponer de $11,538 el 11 de mayo? Suponga que la inversión genera intereses del 39% compuesto por semanas

Solución

La incógnita es x=np, el plazo se proporciona en semanas, la frecuencia de conversión es p=52, ya que son precisamente 52 semanas que componen a un año, el Capital C=10,000 y el monto del capital es M=11,538 y se sustituyen valores en la ecuación:

$$M=C(1+i/p)^{np}$$

$$11{,}538=10{,}000(1+0.39/52)^{x}$$

$$11{,}538/10{,}000=(1.0075)^{x}$$

$$1.1538=(1.0075)^{x} \text{ o bien } (1.0075)^{x} = 1.1538$$

En este caso se toma el logaritmo natura Ln en ambos lados, ya que si dos números positivos son iguales, sus logaritmos son iguales.

$$\mathrm{Ln}\,(1.0075)^{x} = \mathrm{Ln}(1.1538)$$

$$(X)\mathrm{Ln}(1.0075)= \mathrm{Ln}(1.1538) \qquad \mathrm{Log}_a(M)^n = (n)\,\mathrm{Log}_a(M)$$

$$X=\mathrm{Ln}(1.1538)/\mathrm{Ln}(1.0075)$$

$$X=0.143060843/0.007472015$$

$$\text{ó} \quad X=19.146220038$$

Este resultado puede ser redondeado a 19 semanas y con eso el monto será un poco menos de los 11,538. Pero debemos convertirlos a días multiplicándolo por 7 días, o sea, 19.146220038 (7) = 134.023547 o sean 134 días y por lo tanto aplicando una tabla específica o bien calculándolo manualmente se determina que será el 28 de diciembre del año inmediato anterior.

Con objeto de reforzar lo visto, desarrolle usted los siguientes ejercicios:

1) ¿Qué capital debe invertirse en una cuenta que paga el 33.6% anual capitalizable por meses para disponer de 13,000 en 7 meses?

Respuesta= 10,714.98 (Excel VA((0.336/12),7,,13000)*-1= **$10,714.98**

2) ¿Cuánto se acumula en una cuenta de inversión que reditúa el 18.6% anual capitalizable por bimestres en un plazo de 2 años, si se invierten $35,000?

Respuesta=**50,486.12**

3) ¿En cuánto tiempo se liquidará un crédito de $175,000 con intereses del 24.96% compuesto por quincenas y un pago final de $230,000?

Respuesta = **26 quincenas**

CASO PRÁCTICO SOBRE UN PROYECTO DE EVALUACIÓN DE INVERSIÓN