Objetivo de la sesión: Conocer la valoración de la empresa, el valor del dinero en el tiempo, Valoración de Activos Pasivos determinando el valor en el mercado y rendimiento, el valor de las inversiones y conocer el costo del Pasivo.

VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Objetivos

- **Conocer el papel del valor del tiempo en las finanzas, el uso de las herramientas de cálculo y de los patrones básicos del flujo de efectivo.**
- **Comprender los conceptos de los valores futuro y presente, su cálculo para cantidades únicas y la relación del valor presente con el valor futuro.**
- **Determinar el valor futuro y presente de una anualidad ordinaria, así como el valor presente de una perpetuidad.**
- **Calcular los valores futuro y presente de una serie combinada de flujos de efectivo,**
- **Entender el efecto que la capitalización en períodos menores a un año tiene sobre el valor futuro y la tasa de interés anual efectiva.**
- **Describir los procedimientos implicados del valor del tiempo en las finanzas con;**

a) La determinación de los depósitos para acumular una suma futura.
b) La amortización de préstamos
c) El cálculo de tasas de interés o de crecimiento
d) El cálculo de un número desconocido de períodos.

Las disciplinas que se utilizarán para entender los conceptos anteriores son:

- **Finanzas y Contabilidad: La necesidad de entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para contabilizar ciertas transacciones como lo son amortización de préstamos, pagos de arrendamiento y tasa de interés.**
- **Sistemas de Información: Entender el cálculo del valor del dinero en el tiempo para diseñar sistemas que optimicen los flujos de efecto de la empresa.**
- **Marketing: Para comprender el valor del dinero en el tiempo porque los fondos para los nuevos programas de ventas se deben justificar financieramente mediante técnicas del valor del dinero en el tiempo.**
- **Operaciones: Debe entenderse el valor del dinero en el tiempo porque las inversiones en Activo Fijo nuevo, en Inventarios y en cantidades de producción se verán afectadas por las técnicas del valor del dinero en el tiempo.**

Evaluación y oportunidad en la toma de decisiones financieras

Puesto que vemos a la empresa como un negocio en marcha, deben *evaluarse las decisiones de los administradores financieros y el valor de la empresa bajo el enfoque de sus flujos de efectivo*. La oportunidad de poder ganar intereses sobre los fondos de la empresa, provoca que el período de ocurrencia de sus flujos de efectivo sea importante, porque *el dinero que se reciba en el futuro* nunca será igual al que se recibe hoy, por tanto, el dinero si tiene un valor en el tiempo, el cual afecta tanto a personas físicas como morales y entidades gubernamentales y cualquier otro organismo o entidad con o sin fines de lucro.

EL PAPEL DEL VALOR DEL TIEMPO EN LAS FINANZAS

La variación en el poder adquisitivo de la moneda a través del tiempo es ocasionada principalmente por la inflación que se tiene a nivel mundial. Inflación podríamos definirla como un período de aumento general de los precios de los bienes de consumo y de los factores productivos, elevándose los precios de la canasta básica, etc. La deflación es cuando la mayoría de los precios y costos descienden.

Por lo anterior, es necesario tomar en consideración las oportunidades que se podrían aprovechar al tener una suma de dinero en un momento dado y calcular tanto la inversión, como sus utilidades relativas a valor presente, es decir se deben evaluar los flujos de efectivo futuros (dinero que se recibirá en un futuro dado) con una unidad de medida (valor equivalente del dinero) similar a la que el día que hoy estamos viviendo, para que la comparación que hagamos de los ingresos futuros contra las inversiones actuales tenga un sentido y sobre todo sea correcta.

Con el transcurso del tiempo, el dinero va perdiendo valor o lo que es lo mismo, a futuro se necesitarán mas "unidades de medida" o sean pesos o dólares que en la actualidad, para adquirir el mismo bien. No se trata de que el satisfactor haya aumentado su valor, sino que el dinero, que es una unidad de medida de valor de un bien, ha reducido su tamaño, llamado poder adquisitivo o bien llamado también poder de compra, por lo que en el futuro se necesitará mayor número de pesos o dólares para adquirir los mismos bienes y satisfacer las mismas necesidades que en el presente.

Por lo tanto los aspectos que deben ser considerados en la evaluación de los proyectos de inversión serán:

Por lo anterior, la evaluación de los proyectos de inversión se hace importante, ya que al ser las inversiones realizadas a largo plazo, la unidad con que serán medidos los resultados del proyecto debe ser uniforme, pues de lo contrario se estarían comparando inversiones a valor actual con ingresos netos a valor futuro, los cuales son completamente diferentes entre sí. En muchas ocasiones un proyecto puede parecer atractivo a simple vista al comprar los ingresos futuros (mucho mayor en cantidad, mas no en valor) con la inversión presente, y decir que la inversión tendrá una rentabilidad del 800% en 5 años, cuando en realidad su rentabilidad medida a valor presente, puede ser negativa y generar fuertes pérdidas para la empresa o la persona física.

Realmente, como resultado de la pérdida del valor adquisitivo de la moneda se hace indispensable evaluar los proyectos de inversión, con el objetivo de igualar el poder adquisitivo de la moneda presente (inversión) con la moneda futura (ingresos netos) y estar ciertos de que la inversión será verdaderamente redituable.

Elementos a considerar en la Evaluación de Proyectos de Inversión

ANÁLISIS DEL COSTO BENEFICIO: Desafortunadamente hay que ver de manera fría el análisis de un Proyecto de Inversión, considerando solo los costos y los beneficios del mismo son los más relevantes.

La información histórica si es útil, pero solo en la medida en que se utilice como un punto de partida y de comparación para las proyecciones de la inversión en cuestión, por tanto, el análisis se fundamentará en la comparación de los costos y los ingresos adicionales a dichos costos que genere el proyecto en estudio. Si el resultado de esta comparación, es positivo, representará la rentabilidad o utilidad monetaria del proyecto, o el llamado valor agregado, y será ésta, en muchas ocasiones, nos guste o no, la base de aceptación o rechazo de la inversión.

COSTO DE OPORTUNIDAD: Técnicamente representa el beneficio que se pudo obtener en el caso de haber tomado una decisión distinta a la tomada realmente. En otras palabras, es el beneficio que se deja de obtener en una decisión determinada, por haber seguido un curso de acción distinto. Por ejemplo: Para el dueño de un terreno, el costo de oportunidad está representado por la renta que se podría cobrar dicho arrendador al arrendatario, en caso de que él no le diera uso a dicho activo. O bien, en otra situación hipotética, sería el hecho de invertir en CETES que tendría como costo de oportunidad el interés que dejaría de percibir si hubiese invertido dicha cantidad por ejemplo en dólares.

COSTO POR INTERESES (Costo Financiero o Costo Integral de Financiamiento): La rentabilidad de un proyecto o de una inversión determinada, está compuesta por los intereses (costos financieros) y las utilidades. Los intereses representan el costo del dinero; las utilidades son el beneficio por haber corrido un riesgo al invertir.

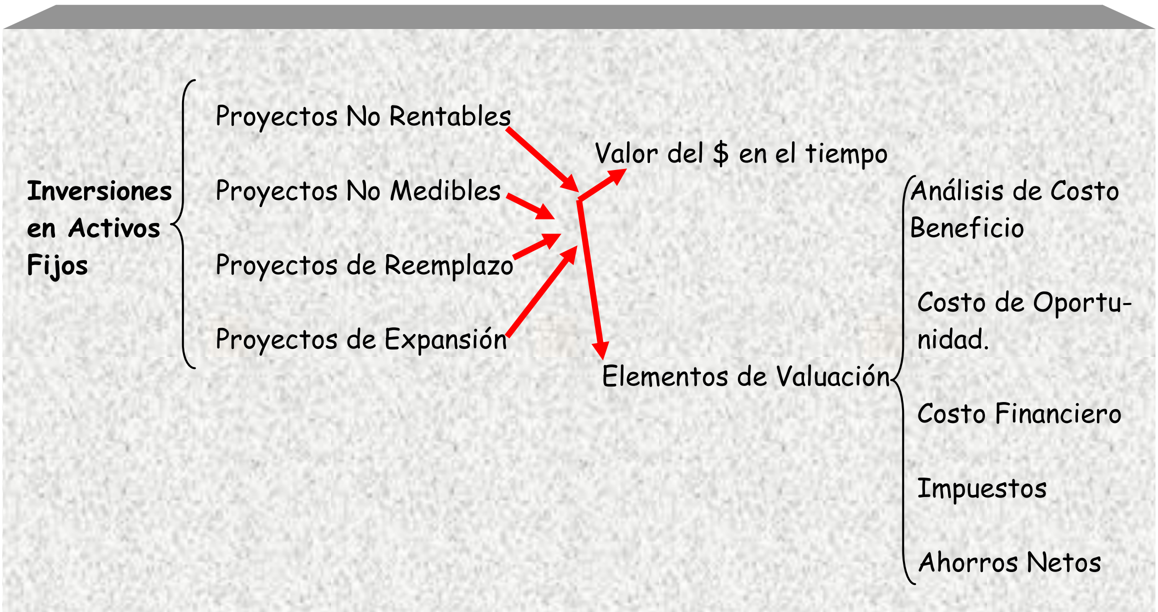
Por lo tanto, la combinación de ambos conceptos o variables (*ingresos* netos del proyecto impactados por el *costo financiero*) debe ser el criterio mínimo para aceptar un proyecto de inversión, medible en cuanto a la rentabilidad o utilidad que arroje. Dicho de otra manera, cuando se analice un proyecto cuya aceptación o rechazo está dado por la rentabilidad del mismo, no se podría aceptar si su rendimiento estuviese "X" puntos porcentuales abajo del costo de obtención de los fondos.

Tanto los impuestos y PTU son variables o elementos muy valiosos para la toma de decisiones en una inversión, ya que al disminuir dichos conceptos de las utilidades, afectan directamente los flujos de fondos del proyecto. Por lo tanto entre más se conozca como diferir el pago de impuestos dentro de la Ley, mayor será el flujo neto de efectivo a Valor Presente del proyecto y por tanto, mayor será la utilidad obtenida.

AHORROS NETOS DEL PROYECTO: Es la diferencia que resulta de la comparación entre los flujos de efectivo positivos (ingresos) y los negativos (egresos o gastos). Deben ser estimados los ingresos totales que pueda arrojar un proyecto, representado en unidades monetarias (flujo positivo) así como los egresos en efectivo del mismo, incluyendo por supuesto, los Impuestos (flujo negativo). La diferencia entre ambos será el ahorro neto del proyecto o flujo neto en efectivo del mismo.

El flujo positivo puede estar representado también por los ahorros que se generen en Gastos y Costos, no solamente por la generación de ingresos adicionales, cuando se evalúa un proyecto de reducción de costos en lugar de un productivo o generador de ingresos.

CLASIFICACIÓN DE LAS INVERSIONES EN ACTIVOS FIJOS



Interés y descuento simple

En el proceso específico de México se debe recordar que las tasas reales, las que más utilizan los bancos y otras instituciones financieras y comerciales, se determina sumando puntos porcentuales a:

1. **La tasa líder, es decir, la tasa de rendimiento que ofrecen los Certificados de la Tesorería de la Federación CETES, a 28 días en su colocación primaria.**
2. **El CPP, que es el costo porcentual promedio de captación en moneda nacional.**
3. **La TIIE o tasa de interés interbancaria de equilibrio.**

Es evidente que todas estas tasas son variables, por lo que no se mantienen constantes. La TIIE por ejemplo se determinan con las cotizaciones de los fondos que los bancos presentan al Banco Central o sea BANXICO. El CPP, por otro lado, es la tasa oficial que el banco de México estima de acuerdo con la captación bancaria en un periodo mensual, para ser aplicada en el siguiente mes.

Definición de interés: El interés es el cambio en el valor del dinero en el tiempo. El dinero, como cualquier bien, tiene un precio que es el interés. El interés es el pago por el uso del dinero ajeno y se expresa matemáticamente con "I".

También se dice que el interés es el dinero que produce un capital al invertirlo, al otorgar un préstamo, que también es una inversión para el que presta, o al pagarlo por la adquisición de bienes y servicios en operaciones a crédito.

Si al transcurrir el tiempo una cantidad de dinero "C", se incrementa hasta otra, "M", entonces el interés es igual I=M-C, donde C es el capital y M el Monto del Capital.

Dependiendo del caso y de las circunstancias, el Capital también es conocido como Principal, Valor Presente o Valor Actual. De igual manera, algunos sinónimos del Monto del Capital son:

Valor futuro, montante, valor acumulado o simplemente monto.

Plazo o tiempo. Se le denomina al número de días u otras unidades de tiempo que transcurre entre las fechas inicial y final en una operación financiera.

CAPITAL	**= MONTO = INTERESES + CAPITAL**
Fecha Inicial	**Fecha Terminal**

-------------------------------------PLAZO--

Visto de esta manera, el monto siempre es mayor que el capital y se ubica en un futuro respecto del capital.

Tasa de interés: es la razón entre el interés / y el capital C por unidad de tiempo, por lo tanto:

i = I / C

Si la tasa de interés se multiplica por 100, se obtiene la tasa de interés en porcentaje o por ciento. De esta forma, la tasa de interés es el valor de 1 Unidad monetaria en el tiempo. También se le conoce como tipo de interés a la tasa de interés en porcentaje, pero lo más común es porcentaje de interés. En la práctica se le llama simplemente tasa de interés.

El licenciado Carlos invierte 400,000 y al término de un año recibe 500,000 por su inversión. El valor presente es:

Capital = C=400,000, el monto M = 500,000 y los intereses son la diferencia entre M – C

I = M – C = 500,000 - 400,000 = 100,000

La tasa de interés es "i" = 100,000 / 400,000 = 0.25 x 100 = 25% y el plazo es de un año.

Interés Simple e Interés Compuesto

El interés simple es cuando sólo el capital gana intereses.
El interés compuesto se da si a intervalos de tiempo preestablecidos, el interés vencido se agrega al capital. Por lo que el interés interés también genera intereses.

Supongo que será su inversión a plazo fijo, si es que al final del período se retira tanto el capital como los intereses generados, entonces, se estará ganando un interés simple. Si no se hiciera

retiro alguno, entonces los intereses al término del plazo fijo, se deben sumar al capital y a partir del segundo periodo ganarán intereses, puesto que ya forman parte integral del capital. En estas condiciones la inversión estará devengando interés compuesto.

En la práctica es común que al final del periodo sólo se retiren los intereses, por lo que en este caso se estará ganando tan sólo un interés simple.

1. **Si no se dice otra cosa respecto a la tasa de interés simple, ésta será considerada como simple anual. Por ejemplo al hablar del 26%, se sobreentiende como 26% simple anual.**
2. **El intervalo de tiempo puede ser diferente al año.**
3. **Cuando se recibe un préstamo, el deudor suscribe un documento por una cantidad mayor, la cual se conoce como valor nominal del documento. Dicha cantidad ya incluye intereses.**

¿Cuál es la tasa de interés simple anual, si con 2,300 se liquida un préstamo de 2,000 en un plazo de seis meses?

Los intereses son la diferencia entre M-C, por tanto, I=M-C

I=2,300 – 2000 = 300

El plazo en años es “n”= ½ (un semestre). La tasa anual “i” se despeja del ecuación: I=Cin

300 = 2,000 (i)(1/2)

De donde:

300(2)/2,000= i
i=0.30 x100 = 30% simple anual.

Fórmula del interés simple: I = M-C

Si sumamos C en ambos miembros de la ecuación y se despeja a M, sustituyendo I por Cin y factorizando C, el resultado

obtenido es la siguiente igualdad, que se conoce como interés simple:

M = C+I
M = C+ Cin ó
M = C(I+in)

M=C(1+in) = el valor acumulado M donde un capital C que devenga intereses con la tasa de interés simple anual "i", al final de "n" períodos anuales,

¿Cuánto acumula en 2 años la cuenta bancaria del señor Cuaxospa si invierte 28,000 con un interés del 27.3% simple anual?

C=28,000, del capital
n=2 el plazo en años
i=0.273 la tasa de interés simple anual.
M=28,000 [plazo en que se implican una inversión con interés simple 1+0.273 (2)]
M=28,000 (1.546)
M=43,288

Plazo en que se triplica una inversión con interés simple.

¿En cuánto tiempo se triplica una inversión con un tipo de interés del 23% simple anual?

Si C es el capital inicial, entonces el monto al final del plazo será el triple de M o sea M=3C

M=C(I+in) 3C=C(1+0.23n) ya que M=C(1+in)

Se despeja la incógnita "n", la ecuación se divide entre "C" y se anula, se resta el 1 y por último se dividen los dos miembros de la ecuación entre 0.23

3=1+0.23n
2=0.23n
2/0.23=n
n=8.695652174

Conversión de años en años con meses y días

0.695652174 (12) = 8.347826088 meses
0.347826088(30) = 10.43478264 días
Etc.

Ejemplo: Precio de un bien con interés simple TIIE

¿Cuál sería el precio de un televisor de plasma que se paga con un anticipo del 30% y un documento a tres meses con valor nominal de 3,600. Suponga usted que la tasa de interés es igual a la tasa TIIE +4 puntos porcentuales y que el día de la compra, la Tasa TIIE fue de 19.8%?

Se sustituye la tasa i= 0.198 + 0.04 = 0.238 en la fórmula del interés simple y los demás valores:
M=3,600
n=3/12= 0.25 años

3,600=C[1+0.238(0.25)]
3,600=C(1.0595)
C=3,600/1.0595
C=3,397.83 (Es el 70% del valor total del televisor)
C=4,854.04 (Es el 100% del valor del televisor).

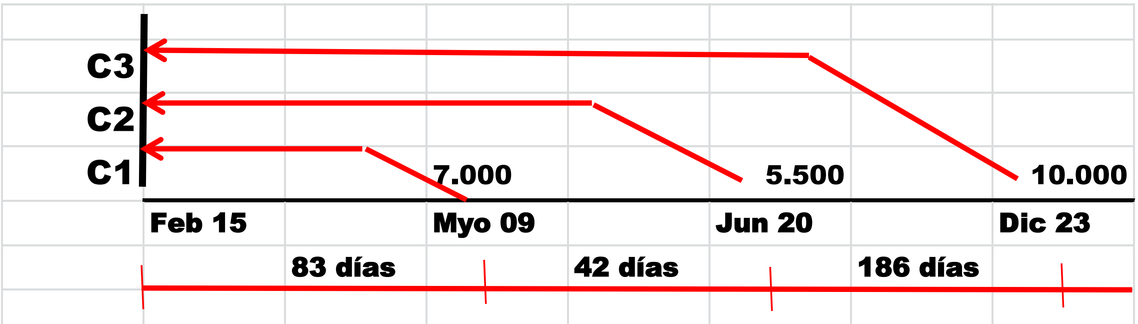
Diagramas de tiempo.

Para plantear y resolver situaciones en las que interviene un número relativamente grande de cantidades y fechas, por ejemplo, cuando un conjunto de obligaciones que deudores y acreedores contrajeron con anterioridad se reemplaza por otro que es equivalente pero con otros tiempos y otras cantidades; para estos efectos se utilizan gráficas que se conocen como diagramas de tiempo, que consisten en una línea recta donde se anotan los valores, los montos, los capitales, las fechas y los plazos del problema a resolver. Algunas veces cuando los periodos son iguales, en el tema de anualidades por ejemplo, en lugar de la recta se utilizan rectángulos que representan los periodos.

Inversión un interés simple para monto preestablecido.

¿Cuánto deberá invertirse a 35.1% simple anual el 15 de febrero, para disponer de:

1. **7,000 el 9 de mayo.**
2. **5,500 el 20 de junio.**
3. **10,000 el 23 de diciembre.**



Los datos se obtienen con un calendario, por ejemplo, entre el 20 de junio y el 23 de diciembre se tienen 186 días.

JUNIO	**30**	**20**	**=**	**10**
JULIO	**31**			**31**
AGOSTO	**31**			**31**
SEPTIEM	**30**			**30**
OCTUBRI	**31**			**31**
NOVIEME	**30**			**30**
DICIEMBI	**23**			**23**
				186

Los otros dos plazos se calculan de igual manera.

El procedimiento consiste en quitar los intereses a los tres montos para luego sumar los tres capitales y obtener así el capital a invertir el 15 de febrero. Se utiliza la fórmula de interés simple:

M=C(1+in)

De donde

C=M/(1+in) ó C=M(1+in)^-1 ya que a/b=ab^-1

El primero es: C1= 7,000 (1+0.351(83/360))^-1
C1= 7,000 (1.080925)^-1
C1= 7,000 (0.925133566) o C1= 6,475.93

El segundo es por 125 días y el monto9 es de 5,500
C2= 5,500 (1+0.351 (125/360))^-1
C2= 5,500 (0.891364903) ó C2= 4,902.51

El tercero es por 311 días por 10,000
C3=10,000 (1+0.351)(311/360)^-1
C3=10,000 [1+0.351(311/360)]
C3=10,000(0.767327208) ó C3= 7,673.27

Σ C=C1+C2+C3 = 19,051.71

VALUACIÓN DE LOS FLUJOS FUTUROS DE EFECTIVO

Uno los aspectos más importantes de las finanzas a considerar es:

¿Cuál es el valor presente de un flujo efectivo que se recibirá en una fecha posterior?

La respuesta a esta pregunta dependerá del valor que tendrá el dinero con el transcurso tiempo, tema que será tratado ampliamente.

"*General Motors Acceptance Corporation*" (GMAC), subsidiaria de General Motors, ofreció al público en general, algunos valores financieros para su venta en 500 dólares.
De acuerdo con ésta transacción, GMAC se comprometía a reembolsar, por cada uno de ellos 10,000 dólares el 1° de diciembre del 2012; con la condición de que el inversionista no recibiría nada sino hasta esa fecha específicamente.

Un instrumento de inversión como éste, por el cual se paga una cierta cantidad del día de hoy, a cambio de la promesa de una suma acumulada

que se recibirá en una fecha futura, es prácticamente tipo más sencillo posible detectar.

¿Sería un buen negocio entregar 500 dólares a cambio de recibir 10,000 dentro de 30 años?

Si usted es optimista estaría obteniendo 20 dólares por cada dólar de aportación. Quizá le parezca bien, pero desde el punto de vista pesimista usted tendría que esperar 30 años para tener dicha cantidad. Lo que usted realmente necesita saber es cómo analizar semejante trato, considerando todas sus ventajas y desventajas siendo mi intención proporcionarles las herramientas necesarias para ello.

Uno de los problemas elementales en los que se centra un Director Financiero, es determinar el Valor Presente de una serie de flujos efectivos esperados a futuro.

Si usted quisiera ganar en la "lotería" Mex$110 millones, entonces ¿Significa ésto que su serie ganadora tenía un valor de Mex$110 millones?

La respuesta es no, porque el premio principal sería liquidado a lo largo de 20 años, a una tasa que proporcione 5.5 millones de pesos por año, entonces ¿Cuánto valía entonces el boleto?

La respuesta dependerá del valor del dinero en el tiempo.

Puede afirmarse que la frase de valor de dinero en el tiempo significa que un peso en la cartera hoy vale más que un peso prometido en algún momento futuro. La razón de ésto es que usted podría ganar intereses mientras espera; por lo tanto, un peso del día de hoy crecería algo más de un peso en una fecha posterior. La relación entre ventajas y desventajas entre el dinero obtenido diario y el que se obtendría en un futuro dependería, entre otras cosas, de la *tasa* que se podría ganar al invertir sus ahorros o excedentes de tesorería.

VALOR FUTURO

El valor futuro se refiere al monto que llegará a una inversión a lo largo del tiempo, a una tasa de interés dada.

En otras palabras, el valor futuro es el valor en efectivo de una inversión en algún momento, precisamente en el futuro.

Suponga que usted invierte 100 dólares en una cuenta de ahorros que pagará el 10% de interés anual. ¿Cuál sería el monto total al cabo de un año? La respuesta sería: 110 dólares correspondientes a su capital original de 100 dólares más y 10 de intereses. Por tanto decimos que los 110 dólares son el valor futuro de 100 dólares invertidos a un año al 10%; lo que significa que 100 dólares de hoy valdrán dentro de un año 110 dada la tasa de interés del 10%

$M= C(1+i)^n$ | $M=100(1+0.10)^1$ | $M= 100(1.10)$ | $M= 110$

En forma recíproca ¿Cuál es el Valor Presente de un Valor Futuro de 110 con una tasa del 10% anual?

$C=M[\ 1/(1+i)^n\ ]$

$VP=110[\ (1/1+0.10)^1\ ]$ | $VP=110(0.90909091)$ | $VP=100$

En términos generales, se establece que si se invierte a un periodo dado, a una tasa de interés "r" (también se utiliza la literal "i"), la inversión crecerá a [1+r] por cada dólar invertido. En este ejemplo "r" ó "i" es del 10% y la inversión crecerá a 1+10% por cada dólar invertido.

Suponga usted que necesitará 1,000 dlls dentro de 2 años, si le garantizan ganar el 7% ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los 1000 cuando los necesite? ó dicho de otra manera ¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?

$VP = C=M[\ 1/(1+i)^n\ ]$ | $VP= 1000\ ([1/(1+0.07)^2\ ]$

$= 1000\ (1/1.14499)$ | $= 1000\ (0.873370073) = 873.37$

Es decir, necesito invertir hoy 873.44 dlls para obtener dentro de dos años 1,000 a una tasa anual del 7%

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del VA, donde tasa=0.07 Número de Períodos = 2 VF=1,000 = 873.4387283

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dlls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

$VP = [68{,}500/(1.09)^2] = 68{,}500/1.1881 = 57{,}655.08$, por lo tanto a usted le faltan 7,655.08 dlls si usted estuviera dispuesto a esperar dos años

$VP=[68{,}500/(1.09)^3] = [68{,}500/1.295029] = 52{,}894.81$

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dlls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dlls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dlls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

$1/(1.1)^{25}$ = 1/10.83470594 = 0.092296 lo que dice que cada peso valdrá 9 centavos del día de hoy a una tasa de descuento del 10% o sea que la promoción le estará pagando realmente 0.0923 x 100,000 = 9,229.59982 que es muy diferente de 100,0000

Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente para venderle seguros de vida, donde le prometen a usted regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted aún no se ha muerto.

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en 335,000 dlls y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de 3 años en 400,000 dlls. a un tipo de cambio de 11.50 pesos promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.
Además usted puede invertir los 335,000 en fondos de inversión al 10% con poco riesgo ¿Qué piensa de la inversión propuesta? ¿La acepta o la rechaza? Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro

$335{,}000(1+i)^{3}$ = $335{,}000\ (1.10)^{3}$ = 335,000 x 1.331 = 445,885.00 dlls = 5,127,677.50 pesos

$400{,}000[1/(1+i)^{3}]$ = $400{,}000/(1.1)^{3}$ = 400,000/1.331 = 300,525.92 dlls = 3,456,048.08 pesos

(Excel=VA(0.10,3,,400,000)
Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de 300,000 dlls equivalente a 3,450,000 pesos y no 335,000 equivalente a 3,852,500 para obtener 400,000 equivalente a 4,600,000 pesos dentro de 3 años.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga 4,600,000 pesos, en lugar de 5,127,677.50 NO conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.

INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión de 100 dólares

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar intereses ni capital y deja 110 dólares en su banco, entonces ganará 110x 0.10 = 11 durante el segundo año, por lo tanto, tendrá 110+11= 121

Estos 121 dólares son el valor de futuro de 100 dentro de dos años con una tasa constante del 10%

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente 110 dólares al 10% considerando que se dispondrá de 1.10 dólares por cada dólar de inversión o sean 110 x 1.1= 121 en total.

Estos 121 dólares se componen de cuatro partes:

1. **La primera parte es el capital original de 100 dólares;**
2. **La segunda parte son los 10 dólares de intereses que ganó usted en el primer año;**
3. **La tercera parte son los otros 10 dólares que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza 120 dólares y;**
4. **El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: 10 x 0.10 = 1**

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvirtiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

$(1+r)^t$ ó $(1+i)^n$ =factor de interés o valor futuro

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

100	0.1	10	110
110	0.1	11	121
121	0.1	12.1	133.1
133.1	0.1	13.31	146.41
146.41	0.1	14.641	161.051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería 100/161.051=1

VP = 1 x [1/(1+r)] = $1/(1+r)

En otras palabras un valor de 100 dlls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de $161.05
En Excel =VF (0.1,5,100) = $161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

$(1+0.12)^{3} = 561.97$ $\qquad$ $(1+0.12)^{7} = \boxed{884.27}$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400

Valor presente y procesos de descuento

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dlls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, ¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años? No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si A=10,000; A1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000 porque a+ab=a(1+b)

A1=(1.05)10000 o bien =(1.05)A
Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:

A2= A1+0.05A1 = (1.05)A1 = (1.05)(1.05ª) porque A1=1.05ª

$A2=(1.05)^2 A$ ya que $a(a)=a^2$

Al concluir el tercer año, la población será:

$A3=A2+0.05A2 \quad A3=(1.05)A2 = (1.05)(1.05)^2$ porque $A2=(1.05)^2 A$

$A3=(1.05)^3 A = (14.157625)A \qquad (1.05)^3 =1.157625$

Que puede escribirse como:
$A3=(1+0.157625)A$
A3=A+0.157625ª

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.

Continuación: Valor presente y Procesos de Descuento

De forma hipotética, si el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) descendiera por ejemplo dos puntos porcentuales cada semana, el porcentaje acumulado en 4 semanas no sería del 8% (2% x 4 semanas) sino menor, ya que tiene también en este caso la baja en cualquier semana, depende de la habida en la semana que le precede. Supongamos ahora que la inflación acumulada en el trimestre no será la suma de los porcentajes que determinamos, sino mayor por razones similares a las anteriores, por tanto, se daría un crecimiento o decrecimiento sobre el último dato observado.

Las situaciones antes descritas pueden ser la base para el estudio del Interés Compuesto y se presentan generalmente cuando los incrementos o variaciones se dan en porcentajes.

Los incrementos pueden ser constantes durante un lapso dado más o menos largo o bien pueden cambiar de un período a otro. En el primer caso se utilizan las fórmulas y los procedimientos de las progresiones geométricas y en el segundo caso, cuando no son constantes, la variación total se obtiene considerando la variación individual, paso a paso.

VARIACIÓN CONSTANTE

Si la variación en los valores permanece fija, entonces el desarrollo operativo se simplifica como sigue:

Inflación Semestral dada la misma en formato mensual

Ejemplo: Si la inflación mensual promedio durante 6 meses ha sido del 1.2%

¿De cuánto será la inflación acumulada del semestre?

Si suponemos que el primer día del semestre, el precio de un artículo de la canasta básica fue de Co pesos; al final del primer mes, es decir al comenzar el segundo mes, el precio es un 1.2% mayor, es decir, que al final del primer mes el incremento es del 1.2%

$C1=Co+0.012Co$

$C1=Co(1+0.012) = Co(1.012)$

Si al final del segundo mes se incrementa en otro 1.2%

$C2=C1+0.012C1$

$C2=C1(1.012))(1.012)$ porque $C1=Co(1.012)$ ó $C2=Co(1.012)^2$

De igual forma al final del tercer mes se tiene:

$C3=C2+0.012C2$

$C3=C2(1.012)$

$C3=Co(1.012)^2 (1.012)$ ya que $C2=Co(1.012)^2$

Por lo tanto al final del semestre, el precio del artículo es:

$C6=Co(10.12)^6$ ya que el exponente es igual al subíndice C. Esto es igual a

C6=Co(1+0.0741947873) ó =Co(1.074194873)

Se expresa como C6=Co(1+0.0741947873) ó como C6=Co+0.074194873Co

Lo anterior significa un incremento del 7.4195% aproximadamente, con respecto al precio original

Por lo tanto, la inflación del semestre es de 7.4191% y no del 7.2% que es el resultado de multiplicar la inflación mensual de 1.2% por 6 meses.

Cuando la variación es constante, el valor de cualquier C se obtiene por la fórmula $a_n=a_1(r)^{n-1}$ **para las progresiones geométricas donde** r, **la razón es igual a** (1+v) **y** v **es la tasa de crecimiento o decrecimiento de la variable, como la inflación.**

VARIACIÓN NO CONSTANTE

¿Cuál será el porcentaje de inflación en el primer cuatrimestre del año, si en los meses de enero, febrero, marzo y abril fue del 1.2%, 0.9%, 1.3% y 1.5% respectivamente?

La solución es similar. Si al iniciar el mes de enero o bien al terminar el mes de diciembre anterior, el costo de un artículo que varía con la

inflación es C, al finalizar el mes de enero serpa de un 1.2% mayor, es decir:

$C1=C+0.012C$
$C1=(1+0.012)C$
$C1=(1.012)C$

Es decir, se factoriza "C" y se reduce a:

El 1.2% de C se expresa como (0.012)C

A finales de febrero, el costo crece otro 0.9%, por lo tanto:

$C2=C1+0.009C$, 0.009 representa el 0.9%
$C2=(1.009)C1$
$C2=(1.009)(1.012C)$ ya que $C1=1.012C$

Al terminar el mes de marzo, hay otro incremento del 1.3% donde

$C3=C2+0.013C2$
$C3=(1.013)C2$
$C3=(1.013)(1.009)(1.012)C$, Se reemplaza a C2

Al final del cuatrimestre el precio del artículo es un 1.5% mayor por ello:

$C4=C3+0.015C3$
$C4=(1.015)C3$
$C4=(1.015)(1.013)(1.009)(1.012)c$
$C4=(1.04989814)C$

Que se puede expresar como sigue:

$C4=(1+0.04989814)C$

Lo cual significa un incremento total del 4.989814% y por supuesto esta cifra es mayor que el 4.90% que es la suma de los 4 porcentajes.

Ejemplo:

Porcentajes del incremento en Ventas

a) **¿En qué porcentaje han crecido las ventas de una exportadora de artesanías en sus primeros 6 años, si del primero al segundo año crecieron 3%, del segundo al tercer año un 3.7% y así sucesivamente 5.2%, 7.1% y 10.5%?**

b) **¿De cuánto serán sus ventas en el sexto año sin el primero exportó 750,300 dólares con un tipo de cambio proyectado de 11.60 por cada dólar?**

Solución:

a) Supongamos que las ventas del primer año fueron V1, en el segundo fueron 3% mayores, por tanto:

V2=V1+0.03V1

V2=(1.03)V1

En el tercero son un 3.7% mayores, por lo que

V3=(1.037)V2

V3=(1.037)(1.03)V1 porque V2=1.03V1

En el cuarto año y los subsiguientes, las ventas son:

V4=(1.052)(1.037)(1.03V1)

V5=(1.071)(1.052)(1.037)(1.03V1) y

V6=(1.105)(1.071)(1.052)(1.037)(1.03V1)

V6=(1.329791246)V1

ó V6=(1+0.329791246)V1

que representan un incremento total del 32.98% aproximadamente en los 6 años, incremento que es mayor al 29.5% que resultan de sumar los 5 porcentajes.

b) Las ventas en el sexto año, si en el primero fueron de US 750,300 con los incrementos dados son:

V6=(1.329791246)(750300)

V6=US 997,742.37 por el tipo de cambio digamos de 11.60 **para obtener su valor en pesos** =$11,573,811.49

1. La producción de automóviles en 2007 fue de 175,000 unidades ¿De cuánto será en el año 2008 y 2009 si ésta crece un 8% anual en los primeros dos años, 2010 un 10.5% en los siguientes tres años y posteriormente un 7.6% anual? 69.33 R= 369,166 296336.17

2. El PIB creció 3.6% en 1991, 2.8% en 1992, 0.6% en 1993 y 3.5% puntos porcentuales en 1994. En 1995 se redujo 6.9 puntos porcentuales para después crecer 5.1 puntos en 1996, 7 puntos en 1997 y 4.5 puntos en 1998 ¿De cuántos puntos porcentuales fue el incremento acumulado del PIB desde 1991 hasta 1998? R=21.323%

RECAPITULACIÓN DEL CONCEPTO DEL INTERÉS COMPUESTO

En el interés compuesto, los intereses que se devengan en un período se agregan o suman al Capital C y desde el segundo período generan sus propios intereses. Puede suceder que la tasa sea variable, en cuyo caos se procede como en los ejemplos ya vistos, o bien que sea constante y entonces deberá seguirse el procedimiento siguiente:

Suponga Ud. que se depositan $1,000 en una cuenta bancaria que paga el 36% de interés anual, compuesto por meses ¿Cuál será el monto acumulado al final de año y medio?

Decir que el interés es compuesto por meses significa que cada mes los intereses que se generan se capitalizan es decir, se suman al Capital.

Para los intereses del mes, el capital se multiplica por la tasa mensual 36%/12=0.03 y por tanto, al término del primer mes el monto del Capital C1 es:

$M1=1,000+0.03(1000)$ $M1=1,000(1+0.03) = C1(1.03)$

$M1=1,000(1.03)$ o bien $M1=1,030$

Al comenzar el segundo período mensual, el capital es de 1,030 y el interés mensual es del 3%, por lo que el Monto M a final de ese mes es:

M2=1,030 + 0.03 (1,030)   M2=1,030(1.03)   M2=1,000(1.030)(1.03) porque 1030=1000(1.03)

$a(a)=a^2$

$M_2=1{,}000(1.03)^2$ $M_2=1{,}060.90$

Al final del tercer mes, el monto es:

$M_3=1{,}060.90\ (1.03)$

$M_3=1{,}000(1.03)^2\ (1.03)$ $1060.90=1000(1.03)^2$

$M_3=1{,}000(1.03)^3$ ya que $a^m\ a^n = a^{m+n}$

Por lo tanto cada uno de estos montos se pueden expresar como el producto de los 1000 originales y una potencia de n de 1.03 que es igual al mes que concluye. El monto acumulado en año y medio, al final de 18 meses es por tanto:

$M_3=1{,}000(1.03)^{18}$ o bien $M_{18}=C1(1.03)^{18}$ $M_{18}=1000(1.702433061)$ $M_{18}=\$1{,}702.43$

Para efectos de comparación, debe notarse que si la inversión se hace con interés simple, el monto al final es menor ya que:

$M=1000(1+18(0.03))$ $M=C(1+ni)$

$M=1000(1.54)$ ó $M=\$1{,}540$

Del mismo modo es cierto que si ahora se capitalizaran los intereses en forma quincenal, el monto se incrementaría, ya que la tasa por quincena será de 0.36/24=0.015 y el monto después de 36 quincenas (año y medio sería:

$M_{36}=1{,}000(1+0.015)^{36}$ $M_{36}=1{,}000(1.709139538)$ $M_{36}=\$1709.14$

Por lo anterior, se confirma que si se reduce el tiempo en que los intereses se capitalizan, el monto aumento, es decir, resulta más

productivo pues los intereses producen más intereses más rápido y con mayor frecuencia.

"El tiempo entre dos fechas sucesivas en las que los intereses se agregan al capital se llama PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN y el número de veces por año en que los intereses se capitalizan se le llama FRECUENCIA DE CONVERSIÓN y se conoce como P"

A la Frecuencia de Conversión se le conoce en el medio financiero como Frecuencia de Capitalización de Intereses.

Una afirmación es que si el período de capitalización en mensual, entonces las siguientes expresiones son equivalentes: "el interés es compuesto por meses", "capitalizable por meses" "convertible mensualmente" o "interés nominal mensual". En estas condiciones el valor de "p" es doce.

Los valores más usuales para la frecuencia de la conversión p, son:

P=1	Para períodos anuales
P=2	Si los períodos son semestrales
P=3	Para los períodos cuatrimestrales
P=4	Para los períodos trimestrales
P=6	Cuando son períodos bimestrales
P=12	Para períodos de un mes
P=13	Si los períodos son de 28 días y
P=24,	52 y 360 ó 365 para períodos quincenales, semanales y diarios respectivamente.

Los períodos de capitalización pueden ser tan pequeños como se desee, llegando a tasas de con capitalización instantánea y se comprueba algebraicamente como:

$M=Ce^{in}$ donde e=2.71828…; i es la tasa convertible instantánea y n es el tiempo en años

Si p es la frecuencia de conversión, entonces la tasa por período es i/p, por lo que la fórmula general para el monto con interés compuesto es la del siguiente teorema.

El monto acumulado M de un capital C al final de np períodos es $M=C(1+i/p)^{np}$
Donde n=plazo en años np= es el número de períodos e
i=tasa de interés anual capitalizable en p períodos por año

Esta ecuación es conocida como la fórmula del interés compuesto.

Ejemplo ¿Qué capital debe invertirse ahora al 32.7% capitalizable por bimestres para tener 40,000 en 10 meses? ¿A cuánto ascienden los intereses?

El plazo n debe ser calculado en años, por lo que para expresar 10 meses en años se divide entre 12 meses. n=10/12. La frecuencia de la conversión o capitalización de intereses es p=6, por que son 6 bimestres que tiene un año, entonces, np=(10/2)=5 bimestres

El monto M=40,000, la tasa de interés es i=0.327 o 32.7% anual, capitalizable por semestres, y la incógnita es C que se despeja de la igualdad que resultó de sustituir estos valores en la ecuación del teorema ya apuntado. Ok en clase

$40000=C(1+0327/6)^{5}$ $40000=C(1.0545)^{5}$ $40000=C(1.303865879)$

$C=40000/1.303865879$ de donde $C=$ $30,678

Los intereses son la diferencia entre el M y C I = (40,000) – (30,678)

Por tanto, I = 9,322

Con objeto de que refuerce lo comentado anteriormente, a continuación se presentan algunos ejercicios:

40000/(1+(0327/6)^{5})= 30,678 hecho por los alumnos.

¿Cuál es el valor comercial de un pagaré con VN de US 750, si se descuenta con el 33.5% simple anual 3 meses antes de su vencimiento? R= US 687.19

D=Mnd	Valor Original		750.00
M= 750	D=(750)(0.335)(0.25)	menos:	62.8125
d=0.335	Valor Comercial después del Descuento		687.19
t=3/12=0.25			

¿ En cuánto se negocia el 15 de marzo un documento con VN de $350,000 con vencimiento al 15 de agosto y descuento del 37% simple anual? R=296,041.67

		Valor Nominal	350,000.00
D=Mnd	D=(350000)(0.37)(0.4166666666)		53958.33332
M= 350,000			296,041.67
d=0.37			
t=5/12=0.41666666666			

¿Cuál es el valor nominal de un documento que 5 meses antes de su vencimiento se negocia en 25,000 al 32.5% de dcto. simple anual?

D=Cdt/1-dt=(25000)(0.325)(5/12)/1-((0.325)(5/12)) R=28,915.66

M=25000	(25000)(0.4166666666)(0.325)		3915.662651
n=5/12=0.4166666666			
		Valor Nominal Original	25,000.00
			3,915.66
			28,915.66

¿Cuántos días antes del vencimiento se comercializa un pagaré en 4,750, si su valor nominal es de 5,200 y el descuento es del 26.4% simple anual? R=118 días

D=M-C = 450		
D=Mtn		0.022846154
M= 5,200	D=5200-4750= 450 450=(5200)(0.264)(t)	
C= 4,750	t=450/5200*0.264 = 450/1372.80	0.327797203
d = 0.264	Para convertirlo a días se multiplica por 360	118.006993
n=X		

Obtenga la tasa de descuento simple anual de un documento cuyo VN es de 2,400 y se vende en 2,240 tres meses antes de su vencimiento R=26.67%

M= 2400	Cnt= 2400x025*d		
C= 2240	Mt=2400*0.25=600		
t= 3/12 = 0.25	D=2400-2240= 160		
D=X D=Mdt	160=600d d=160/600		0.266666667
		o bien	26.67%

Una empresa descuenta un documento y recibe 8,700. La tasa de descuento fue del 21.5% simple anual y el VN fue de 10,000 ¿Cuánto faltaba para su vencimiento? R=218 días

C=M(1-nt) C=10000(1-n0.215)= 8700=10000(1-n0.215)
8700/10000-1=-n(0.215) = 0.13=-n0.215
n=0.13/0.215=0.6046512 x 360=217.67 días

Monto que se acumula al invertir un capital

3385.41 este es el resultado correcto.

Planteamiento del Problema:

Obtenga el Monto que se acumula en dos años si un Capital de $65,000 se invierte al 40% integrado por semestres:

Solución

El capital es C=65,000, la tasa anual es i=0.4 la frecuencia de conversión es de p=2, ya que son dos semestres al año, n=2 desde que el Capital se acumula dos años, el número de períodos en el plazo es np=4 (4 semestres), entonces el monto según el teorema 4.1 es:

$M=65,000(1+0.40/2)$, ya que $M=C(1+i/p)^{np}$

$M=65,000(1+0.40/2)^{4}$

$M=65,000(2.0736)$

$M=\$134,784$

Ejemplo sobre la **Tasa de Interés para Duplicar un Capital.**

Planteamiento del Problema:

¿Con qué tasa de interés anual capitalizable por bimestres se duplica un capital en 3 años?

Solución

Si el Capital **C** se duplica en 3 años, entonces el monto es **M**=2C, el plazo es n=3, la frecuencia de conversión es p=6, que son el número de bimestres por año y el número de períodos bimestrales en el plazo es **np** = 3 (6)=18

$2C=C(1+i/6)^{18}$ $\qquad M=C(1+i/p)^{np}$

$2=(1+i/6)^{18}$ $\qquad$ Como C está en ambos lados de la ecuación, se elimina:

$\sqrt[18]{2} = 1+i/6$ ya que $\sqrt[n]{a^{n}} = a$

$1.039259226=1+i/6$

Se le resta 1 en ambos lados de la ecuación y después se multiplica por 6

$(0.039259226)6 = i$ o bien $i=0.235555356$

Lo anterior significa que para duplicar un capital en tres años deben invertirse aproximadamente al **23.56% anual capitalizable por bimestres**.

Ejemplo sobre el Plazo en inversión de un capital

Planteamiento del Problema:

¿Qué día deberá invertir usted la cantidad $10,000 para disponer de $11,538 el 11 de mayo? Suponga que la inversión genera intereses del 39% compuesto por semanas

Solución

La incógnita es x=np, el plazo se proporciona en semanas, la frecuencia de conversión es p=52, ya que son precisamente 52 semanas que componen a un año, el Capital C=10,000 y el monto del capital es M=11,538 y se sustituyen valores en la ecuación:

$$M=C(1+i/p)^{np}$$

$$11{,}538=10{,}000(1+0.39/52)^{x}$$

$$11{,}538/10{,}000=(1.0075)^{x}$$

$$1.1538=(1.0075)^{x} \text{ o bien } (1.0075)^{x} = 1.1538$$

En este caso se toma el logaritmo natura Ln en ambos lados, ya que si dos números positivos son iguales, sus logaritmos son iguales.

$$\text{Ln}(1.0075)^{x} = \text{Ln}(1.1538)$$

$$(X)\text{Ln}(1.0075)= \text{Ln}(1.1538) \qquad \text{Log}_a(M)^n = (n)\,\text{Log}_a(M)$$

$$X=\text{Ln}(1.1538)/\text{Ln}(1.0075)$$

$$X=0.143060843/0.007472015$$

ó $X=19.146220038$

Este resultado puede ser redondeado a 19 semanas y con eso el monto será un poco menos de los 11,538. Pero debemos convertirlos a días multiplicándolo por 7 días, o sea, 19.146220038 (7) = 134.023547 o sean 134 días y por lo tanto aplicando una tabla específica o bien calculándolo manualmente se determina que será el 28 de diciembre del año inmediato anterior.

Con objeto de reforzar lo visto, desarrolle usted los siguientes ejercicios:

1) ¿Qué capital debe invertirse en una cuenta que paga el 33.6% anual capitalizable por meses para disponer de 13,000 en 7 meses?

Respuesta= 10,714.98 (Excel VA((0.336/12),7,,13000)*-1= **$10,714.98**

2) ¿Cuánto se acumula en una cuenta de inversión que reditúa el 18.6% anual capitalizable por bimestres en un plazo de 2 años, si se invierten $35,000?

Respuesta=**50,486.12**

3) ¿En cuánto tiempo se liquidará un crédito de $175,000 con intereses del 24.96% compuesto por quincenas y un pago final de $230,000?

Respuesta = **26 quincenas**