

VALUACIÓN DE LOS FLUJOS FUTUROS DE EFECTIVO

Uno de los aspectos más importantes de las Finanzas tomando como herramienta a las Matemáticas Financieras, a considerar es:

¿Cuál es el valor presente de un flujo efectivo que se recibirá en una fecha posterior?

La respuesta a esta pregunta dependerá del valor que tendrá el dinero con el transcurso del tiempo, tema que será tratado ampliamente.

“*General Motors Acceptance Corporation*” (GMAC), subsidiaria de General Motors, ofreció al público en general, algunos valores financieros para su venta en 500 dólares (unos 6,500 pesos aproximadamente) .

De acuerdo con ésta transacción, GMAC se comprometía a reembolsar, por cada uno de ellos 10,000 dólares (unos 130,000 pesos aproximadamente) el 1° de diciembre del 2043; con la condición de que el inversionista no recibiría nada sino hasta esa fecha específicamente.

Un instrumento de inversión como éste, por el cual se paga una cierta cantidad del día de hoy, a cambio de la promesa de una suma acumulada que se recibirá en una fecha futura, es prácticamente tipo más sencillo posible detectar.

¿Sería un buen negocio entregar 500 dólares a cambio de recibir 10,000 dentro de 30 años?

Si usted es optimista estaría obteniendo 20 dólares por cada dólar de aportación. Quizá le parezca bien, pero desde el punto de vista pesimista usted tendría que esperar 30 años para tener dicha cantidad.

Lo que usted realmente necesita saber es cómo analizar semejante trato, considerando todas sus ventajas y desventajas siendo mi intención proporcionarles las herramientas necesarias para ello.

Uno de los problemas elementales en los que se centra un Director Financiero, es determinar el Valor Presente de una serie de flujos efectivos esperados a futuro.

Si usted quisiera ganar en la “lotería” Mex\$110 millones, entonces ¿Significa esto que su serie ganadora tiene un valor de Mex\$110 millones?

La respuesta es, por supuesto que no, porque el premio principal sería liquidado a lo largo de 20 años, a una tasa que proporcione 5.5 millones de pesos por año, entonces ¿Cuánto valía entonces el boleto?

La respuesta dependerá del valor del dinero en el tiempo.

Puede afirmarse que la frase de **valor de dinero en el tiempo significa que un peso en la cartera hoy vale más que un peso prometido en algún momento futuro. La razón de esto, es que usted podría ganar intereses mientras espera; por lo tanto, un peso del día de hoy crecería algo más de un peso en una fecha posterior.**

La relación entre ventajas y desventajas entre el dinero obtenido diario y el que se obtendría en un futuro dependería, entre otras cosas, de la *tasa* que se podría ganar al invertir sus ahorros o excedentes de tesorería.

VALOR FUTURO

El valor futuro se refiere **al monto que llegará a una inversión a lo largo del tiempo, a una tasa de interés dada.**

En otras palabras, el **valor futuro es el valor en efectivo de una inversión en algún momento, precisamente en el futuro.**

Suponga que usted invierte 100 dólares en una cuenta de ahorros que pagará el 10% de interés anual. ¿Cuál sería el monto total al cabo de un año?

La respuesta sería: **110 dólares correspondientes a su capital original de 100 dólares más y 10 de intereses.**

Por tanto decimos que los 110 dólares son el valor futuro de 100 dólares invertidos a un año al 10%; lo que significa que 100 dólares de hoy valdrán dentro de un año 110 dada la tasa de interés del 10%

$$M = C(1+i)^n \quad M = 100(1+0.10)^1 \quad M = 100(1.10) \quad M = 110$$

En forma recíproca: **¿Cuál es el Valor Presente de un Valor Futuro de 110 con una tasa del 10% anual?**

$$C = M \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$VP = 110 \left[\frac{1}{(1+0.10)^1} \right] \quad VP = 110(0.90909091) \quad VP = 100$$

En términos generales, se establece que si se invierte a un periodo dado, a una tasa de interés “r” (también se utiliza la literal “i”), la inversión crecerá a **[1+r]** por cada dólar invertido. En este ejemplo “r” ó “i” es del **10%** y la inversión crecerá a **1+10% (1+0.10 = 1.10)** por cada dólar invertido.

Suponga usted que necesitará **1,000 dls** dentro de **2 años**, si le garantizan ganar el **7%** ¿Cuánto deberá invertir para asegurarse que tendrá los **1,000** cuando los necesite? ó dicho de otra manera **¿Cuál será el Valor Presente de 1,000 dentro de 2 años si la tasa será del 7%?**

$$VP = C = M \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad VP = 1000 \left(\left[\frac{1}{(1+0.07)^2} \right] \right)$$

$$= 1000 (1/1.14499) = 1000 (0.873370073) = 873.37$$

Es decir, necesito invertir hoy **837.37 dls** para obtener dentro de **2 años 1,000** a una tasa anual del **7%**

Si usted desea calcular directamente esta cifra utilice la fórmula del **VA**, donde **tasa=0.07** **Número de Períodos= 2** **VF=1,000 = 873.4387283**

Pensemos que a usted le gustaría comprar un auto y tiene 50,000 dls pero el automóvil cuesta 68,500. Si usted puede ganar el 9% sobre su dinero ¿Cuánto deberá invertir hoy para compra el auto dentro de 2 años y en todo caso entre 3 años? ¿Tiene usted el suficiente dinero hoy, si partimos de la base de que el precio en dólares seguirá siendo el mismo?

2

VP = [68,500/(1.09)] = 68,500/1.1881 = 57,655.08, por lo tanto a usted le faltan **7,655.08 dls** si usted estuviera dispuesto a esperar **2 años**

3

VP=[68,500/(1.09)] = [68,500/1.295029] = 52,894.81

Si es a 3 años su inversión, el Valor Presente será de 52,894.57dls y por tanto a usted le faltarían aproximadamente 2,894 dls

A veces existe publicidad engañosa diciéndole que le pagarán como premio un monto de 100,000 dls solo por contratar hoy un seguro, cantidad que le será pagada dentro de 25 años. Si la tasa del mercado fuera del 10%, ¿Qué cantidad le estarían pagado hoy?

25

1/(1.1) = 1/10.83470594 = 0.092296 lo que dice que cada peso valdrá **9 centavos del día de hoy** a una tasa de descuento del **10%** o sea que la promoción le estará pagando realmente **0.0923 x 100,000 = 9,229.59982** que es muy diferente de **100,000**

Este tipo de planteamientos se utilizan engañosamente para venderle a usted seguros de vida, donde le prometen regresar cierto monto a un plazo muy largo, si usted ¡aún no se ha muerto para entonces!

M=C(1+i)^n			
A cuánto ascendería una inversión de 100 dólares al 10% en 1 año			
C=	100		
i=	0,10		
período	1	año	
C	(1+i)	(1+i) a la potencia	Total M
100,00	1,10	1,10	110

Matemáticas Financieras

$M=C(1+i)^n$			
A cuánto ascendería una inversión de		138.923,50	dólares al 7,56% en 5 años
C=	138.924		
i=	7,56%		
período	5 años		
C	(1+i)	(1+i) a la potencia	Total M
138.923,50	1,08	1,44	200.000

$M=C(1+i)^n$			
A cuánto ascendería una inversión de		78.577	dólares al 7,25% dólares en 4,5 años
C=	78.577		
i=	7,25%		
período	4,5 años		
C	(1+i)	(1+i) a la potencia	Total M
78.577	1,07250	1,37	107.667

En cuanto tiempo se triplica	3	una inversión con interés simple del	23,00%
M=	3 C		
3C=	C(1+0.23n)	porque	M=C(1+in)
3C=	C(1+0.23n)	Se despeja n y se elimina C en ambos lados de la ecuación	
3=	1+0.23n		
3-1=	0.23n		
2=	0.23n		
n=	2/0.23		
n= 8,6956522 años			

En cuanto tiempo se cuadruplica	4	una inversión con interés simple del	50,00%
M=	4 C		
3C=	C(1+0.23n)	porque	M=C(1+in)
3C=	C(1+0.23n)	Se despeja n y se elimina C en ambos lados de la ecuación	
3=	1+0.23n		
3-1=	0.23n		
2=	0.23n		
n=	2/0.23		
n= 6 años			

CONVERSIÓN DE AÑOS, EN AÑOS, MESES Y DÍAS

SUPONGAMOS QUE DETERMINAMOS UN RESULTADO EN AÑOS EN QUE SE TRIPLICA UNA INVERSIÓN **8,695652** AÑOS
 PARA EXPRESAR ESTE PLAZO EN AÑOS CON MESES Y DÍAS, LA PARTE DECIMAL SE MULTIPLICA POR 12 (MESES DEL AÑO)

FRACCIÓN DECIMAL	MESES DEL AÑO				
8,695652 - 8.000000 =					
0,695652174	12	=	8,34782609		
ESTO SIGNIFICA QUE	0,695652174	AÑOS SON EQUIVALENTES A		8,347826	MESES
AHORA BIEN,	0,34746088	SE MULTIPLICA POR	30	DÍAS DEL MES	10,42383 DÍAS
	0,42383	SE MULTIPLICA POR	24	HORAS DIARIAS	10,17192 HORAS
	0,17192	SE MULTIPLICA POR	60	SEGUNDOS POR HORA	10,3152 SEGUNDOS

SE INTERPRETA COMO QUE LA INVERSIÓN SE TRIPLICA EN 8 AÑOS, 8 MESES, 10 DÍAS, 10 HORAS Y 10 SEGUNDOS

DIAGRAMAS EN EL TIEMPO

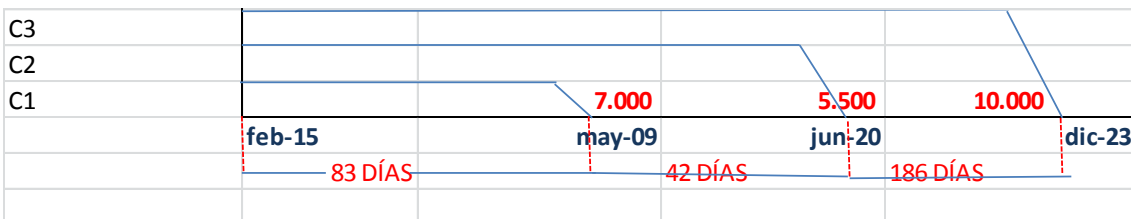
PARA PLANTEAR Y RESOLVER SITUACIONES EN LAS QUE INTERVIENE UN NÚMERO GRANDE DE CANTIDADES Y FECHAS, POR EJEMPLO, CUANDO UN CONJUNTO DE DEUDAS QUE DEUDORES Y ACREEDORES CONTRAJERON CON ANTERIORIDAD SE REEMPLAZA POR OTRO QUE ES EQUIVALENTE PERO CON OTROS TIEMPOS Y OTRAS CANTIDADES, SE UTILIZAN GRÁFICAS LLAMADAS "DIAGRAMAS DE TIEMPO". CONSISTEN EN UNA SIMPLE LÍNEA RECTA EN LA QUE SE ANOTAN LOS VALORES,

DIAGRAMAS EN EL TIEMPO

PARA PLANTEAR Y RESOLVER SITUACIONES EN LAS QUE INTERVIENE UN NÚMERO GRANDE DE CANTIDADES Y FECHAS, POR EJEMPLO, CUANDO UN CONJUNTO DE DEUDAS QUE DEUDORES Y ACREEDORES CONTRAJERON CON ANTERIORIDAD SE REEMPLAZA POR OTRO QUE ES EQUIVALENTE PERO CON OTROS TIEMPOS Y OTRAS CANTIDADES, SE UTILIZAN GRÁFICAS LLAMADAS "DIAGRAMAS DE TIEMPO". CONSISTEN EN UNA SIMPLE LÍNEA RECTA EN LA QUE SE ANOTAN LOS VALORES, MONTOS, CAPITALES, FECHAS Y PLAZOS DEL PROBLEMA A RESOLVER.

SI LOS PERÍODOS SON IGUALES, EN ANUALIDADES POR EJEMPLO, EN LUGAR DE UNA LÍNEA RECTA SE UTILIZAN RECTÁNGULOS QUE REPRESENTAN LOS PERÍODOS. EN TODO CASO, ES PRECISO, DECIR QUE UN DIAGRAMA DE TIEMPO SIRVE SOLO PARA ILUSTRAR LAS CANTIDADES EN TIEMPO.

¿CUÁNTO DEBERÁ INVERTIRSE AL	35,10%	SIMPLE ANUAL EL 15 DE FEBRERO PAR DISPONER DE	7.000
DÓLARES EL 9 DE MAYO, DE	5.500	EL 20 DE JUNIO Y DE	10.000
		EL 23 DE DICIEMBRE?	



ENTRE EL 20 DE JUNIO YU EL 23 DE DICIEMBRE EXISTEN	186	DÍAS
	JUNIO	10 (30-20)
	JULIO	31
	AGOSTO	31
	SEPTIEMBRE	30
	OCTUBRE	31
	NOVIEMBRE	30
	DICIEMBRE	23
		186

	$M=C(1+i)^n$			
	$C=M/(1+i)^n$			
	$C=M/(1+i)^n$	PORQUE	$A/B=AB^{-1}$	
EL PRIMERO ES		C1=	7.000	$(1+0.351(83/360))^{-1}$
		C1=	7.000	$(1.080925)^{-1}$
		C1=	7000	(0.925133566) ó C1= 6,475.93
		C1=	6,475.93	
EL SEGUNDO ES		C2=	5.500	$(1+0.351(125/360))^{-1}$
		C2=	5.500	(0.891364903) ó C1= 4,902.51
		C2=	4,902.51	
EL PLAZO PAR LOS ÚLTIMOS 10,000 ES DE 311 DÍAS, DONDE				
		C3=	10,000	$(1+0.351)(311/360)^{-1}$
		C3=	10,000	(0.767327208) ó
		C3=	7,673.27	
		C1+C2+C3=	19,051.71	

EVALUACIÓN DE LAS INVERSIONES

Con objeto de reforzar lo visto, suponga usted que su empresa pretende comprar un activo en **335,000 dlls** y que esta inversión es muy segura. Usted vendería el activo dentro de **3 años** en **400,000 dlls.** a un tipo de cambio de **11.50 pesos** promedio por cada dólar, si no hay cambios bruscos en la economía debido a la recesión de los EUA.

Además usted puede invertir los **335,000** en Fondos de Inversión al **10%** con poco riesgo ¿Qué piensa de la inversión propuesta? ¿La acepta o la rechaza? Sustente su opinión. Utilice el procedimiento de cálculo de Valor Actual y Valor futuro

$$335,000(1+i)^3 = 335,000 (1.10)^3 = 335,000 \times 1.331 = 445,885.00 \text{ dlls} = 5,127,677.50 \text{ pesos}$$

$$400,000[1/(1+i)^3] = 400,000/(1.1)^3 = 400,000/1.331 = 300,525.92 \text{ dlls}$$

$$= 3,456,048.08 \text{ pesos}$$

Si usted lo calcula por Excel, aplique la siguiente fórmula:
(Excel=VA(0.10,3,,400,000))

Lo que indica que sólo tendríamos que invertir alrededor de **300,000 dls** equivalente a **3,450,000 pesos** y no **335,000** equivalente a **3,852,500** para obtener **400,000** equivalente a **4,600,000 pesos** dentro de **3 años**.

Dicho de otra forma, debido a que la inversión propuesta solo paga **4,600,000 pesos**, en lugar de **5,127,677.50 NO** conviene hacer la inversión y por lo tanto debe rechazar.

INVERSIONES DE MÁS DE UN PERÍODO

Si regresamos a nuestra inversión original de **100 dólares**

¿Qué cantidad acumulará usted dentro de dos años suponiendo que la tasa de interés no cambie?

Si usted decide no retirar intereses ni capital y deja **110 dólares** en su banco, entonces ganará $110 \times 0.10 = 11$ durante el segundo año, por lo tanto, tendrá $110 + 11 = 121$

Estos **121 dólares** son el valor de futuro de **100** dentro de **2 años** con una tasa constante del **10%**

Otra forma de analizar esta situación, es que después de un año usted está invirtiendo efectivamente **110 dólares al 10%** considerando que se dispondrá de **1.10 dólares** por cada dólar de inversión o sean $110 \times 1.1 = 121$ en total.

Estos **121 dólares** se componen de **4 partes**:

1. La primera parte es el capital original de **100 dólares**;
2. La segunda parte son los **10 dólares** de intereses que ganó usted en el primer año;
3. La tercera parte son los otros **10 dólares** que obtuvo en el segundo año, lo cual totaliza **120 dólares** y;
4. El último dólar que usted adquiere son los intereses que usted ganará en el segundo año sobre el interés pagado en el primero: $10 \times 0.10 = 1$

El hecho de que usted no disponga de su dinero durante más de un periodo y de cualesquier interés acumulado por una inversión, usted prácticamente estaba reinvertiendo su interés, a lo cual se le denomina capitalización de intereses, lo que significa que se están pagando intereses sobre intereses, o llamado también interés compuesto. En el interés simple, dicho interés no se reinvierte, sólo se ganan intereses sobre capital original.

$$(1+r)^t \text{ ó } (1+i)^n = \text{factor de interés o valor futuro}$$

¿Cuál sería el valor de 100 dólares después de cinco años a una tasa constante de 10% anual?

Valor Capit. A	Intereses C + 10% B	Interés Const 10% C	Int + Int D	C + Interés E
	AxC		B x C	A+B
100	10	0,1	10,1	110
110	11	0,1	1,1	121
121	12,1	0,1	1,21	133,1
133,1	13,31	0,1	1,331	146,41
146,41	14,64	0,1	1,4641	161,051

Por lo tanto el valor presente de 161.051 sería $100/161.051=1$

$$VP = 1 \times [1/(1+r)] = \frac{\$1}{(1+r)}$$

En otras palabras un valor de 100 dls al 10% durante 5 años con intereses capitalizables será igual a un Valor Futuro de \$161.05

En Excel =VF (0.1,5,100) = \$161.05

Los valores futuros dependen esencialmente de las tasas de interés sobre todo en inversiones de vida muy larga.

Si usted encuentra una inversión que paga el 12% y decide invertir 400 dólares, cuál será en monto en 3 y 7 años.

$$(1+0.12)^3 = 561.97 \quad (1+0.12)^7 = 884.27$$

Por lo tanto en 7 años se tendrá un monto equivalente a más del doble de la inversión original de 400

Valor presente y procesos de descuento.

Al hablar del valor futuro se piensa en ¿A cuánto crecerá mi inversión de 2,000 dólares si gana un interés del 6.5% durante 6 años?

(Excel VF((0.065,6,,2000=2,918.28) = R=2,918.28

Sin embargo en el área financiera las preguntas siempre se hacen pensando a lo que sucederá en un futuro con respecto a las inversiones. Si usted deseara tener 10,000 dlls dentro de 10 años que puede ganar 6.5% sobre su inversión.

(Excel VA 0.065,10,,10000) = (5,327.26)

¿Cuánto tendría que invertir hoy para lograr su meta?

Es importante recordar los conceptos de tasas equivalentes, tasas nominales y tasas efectivas, que son conceptos indispensables para efecto de comparación y toma de decisiones, cuando se tienen dos o más alternativas de inversión o bien para conseguir dinero prestado. Es también necesario conocer las ecuaciones de valor, fecha focal y los diagramas de tiempo, que son herramientas útiles, tanto para el planteamiento como la resolución de problemas en que intervienen varias fechas y cantidades de dinero.

Por ejemplo, si un país crece a una tasa del 5% anual, el incremento de un período de tres años, ¿Cuál es el interés al término de dichos 3 años? No es, como pudiera pensarse un 15%, sino mayor, debido al incremento poblacional indizado.

Si al comenzar el año existiera en una población dada 10,000 habitantes y al terminar ese primer año o al iniciar el segundo año hay un 5% más, significa que:

Si $A=10,000$; $A_1=10,000+0.05(10,000)= (1+0.05)10,000$ porque $a+ab=a(1+b)$

$A_1=(1.05)10000$ o bien $= (1.05)A$
Al final del segundo año, crece otro 5% y por ello:

$A_2= A_1+0.05A_1 = (1.05)A_1 = (1.05)(1.05^a)$ porque $A_1=1.05^a$

$A_2=(1.05)^2 A$ ya que $a(a)=a^2$

Al concluir el tercer año, la población será:

$A_3=A_2+0.05A_2$ $A_3=(1.05)A_2 = (1.05)(1.05)^2$ porque $A_2=(1.05)^2 A$

$A_3=(1.05)^3 A = (14.157625)A$ $(1.05)^3 = 1.157625$

Que puede escribirse como:

$$A_3 = (1 + 0.157625)A$$
$$A_3 = A + 0.157625^a$$

Esto representa un incremento del 15.7625% con respecto a la población original.